

# ارائه روشی جهت محاسبه مقاومت و خیز اعضای خمشی بتن مسلح مقاوم شده با الیاف پلیمری (FRP)

دریافت مقاله: ۱۳۹۷-۰۷-۰۲

پذیرش مقاله: ۱۳۹۷-۱۰-۲۲

یاسر شریفی (نویسنده مسئول)

دانشیار، دانشکده فنی مهندسی دانشگاه ولی عصر رفسنجان  
(y.sharifi@vru.ac.ir) yasser\_sharifi@yahoo.com

احسان خجسته فر

استادیار، گروه مهندسی عمران دانشگاه ولی عصر رفسنجان

چکیده:

یک روش موثر جهت مقاوم کردن و بازسازی تیرهای بتن مسلح در برابر خمش استفاده از ورقه‌های پلیمری بر روی سطح تیر می‌باشد. مزایای زیاد استفاده از این گونه ورق‌ها جهت مقاوم کردن سازه‌ها باعث گردیده که مطالعات مختلف و متعددی در این زمینه انجام شود. یکی از مزایای مقاوم کردن سازه‌های بتن مسلح با استفاده از الیاف پلیمری عدم افزایش چشمگیر وزن سازه می‌باشد، ضمناً استفاده از الیاف مصنوعی برای مقاوم کردن سازه‌های بتنی به سادگی انجام می‌گیرد. جهت محاسبه خیز در این گونه تیرها مطالعات محدودی انجام گرفته است و در این مطالعات اکثراً جهت برآورد خیز از روش اجزاء محدود استفاده شده است. در این تحقیق با استفاده از معادلات تعادل نیروها، سازگاری کرنش‌ها و فرضیات مناسب روشی جهت آنالیز تیرهای بتن مسلح مقاوم شده با الیاف پلیمری ارائه گردیده است. در این تحقیق با استفاده از فرمولبندی مرجع [۱۱] ولی تغییر در روابط تنش-کرنش میلگرد و بتن ضرائب عددی متفاوت جهت محاسبه نیروی فشاری بتن و لنگر نیروی فشاری بتن حول محور خمشی استخراج شد. مقایسه نتایج حاصل از چند مثال عددی حل شده با روش ارائه شده و نتایج آزمایشگاهی نمایانگر دقت و کارایی قابل قبول آن می‌باشد. نتایج حاصل از فرمولبندی این تحقیق در حالت نهایی (لنگر و خیز نهایی) هماهنگی و انطباق بسیار خوبی با نتایج آزمایشگاهی نسبت به حالت تسلیم فولادهای کششی دارد و از آن جا که نتایج حالت نهایی بسیار مهم و مورد استفاده می‌باشند لذا نتایج این تحقیق می‌تواند به صورت محافظه‌کارانه جهت برآورد مقاومت و خیز اعضای خمشی بتنی مقاوم شده با الیاف پلیمری مورد استفاده قرار گیرد.

کلمات کلیدی: عضو خمشی، مقاوم‌سازی، الیاف پلیمری، معادلات تعادل نیروها، منحنی تنش - کرنش، خیز

امروزه روش‌های گوناگونی جهت مقاوم‌کردن سازه‌های ضعیف یا آسیب‌دیده ارائه شده است. یکی از این روش‌ها، چسباندن ورقه‌های پلیمری با خواص مکانیکی معین بر سطح سازه می‌باشد که اخیراً توسط محققین مورد توجه قرار گرفته است. مزایای زیاد استفاده از این گونه ورق‌ها جهت مقاوم‌کردن سازه‌ها (به‌خصوص سازه‌های بتن مسلح) باعث گردیده که مطالعات مختلف و متعددی در این زمینه انجام شود. یکی از مزایای مقاوم‌کردن سازه‌های بتن مسلح با استفاده از الیاف پلیمری عدم افزایش چشمگیر وزن سازه می‌باشد، ضمناً استفاده از الیاف مصنوعی برای مقاوم‌کردن سازه‌های بتنی به سادگی انجام می‌گیرد. مطالعات انجام شده نشان داده است که با توجه به عوامل مختلفی از جمله میزان فولاد کششی، مقاومت فشاری بتن، نسبت الیاف بکاررفته، خواص مکانیکی الیاف و چگونگی تخریب سازه می‌توان میزان مقاومت خمشی تیر را با استفاده از الیاف مصنوعی تا ۳ برابر افزایش داد. جهت بررسی میزان افزایش مقاومت و تغییر در رفتار سازه مطالعات آزمایشگاهی و تئوری زیادی بر روی سازه‌های مقاوم‌شده با این گونه الیاف انجام شده است [۷-۱].

لذا این نتایج منجر به ایجاد روش‌های تئوری ساده شده جهت محاسبه مقاومت خمشی نهایی شد، اما جهت محاسبه خیز در حالات مختلف بارگذاری (مرحله‌های ترک خوردگی، تسلیم میلگردهای کششی و نهایی) مطالعات محدودی انجام گرفته است. در آیین نامه (ACI 318-05) [۸] جهت کنترل خیز در اعضای خمشی بتن مسلح، ضوابط حداقل ضخامت عضو خمشی ارائه شده است. در صورتی که ضخامت عضو خمشی از حداقل ضخامت پیشنهاد شده در آیین نامه کمتر شود آنگاه می‌بایست خیز ماکزیمم محاسبه و با مقادیر خیز مجاز مقایسه گردد. در طول عضو خمشی، حالت مقطع از یک مقطع کاملاً ترک خورده تا یک مقطع ترک نخورده متغیر می‌باشد، به عبارتی ممان اینرسی نیز به ترتیب از یک مقدار مینیمم ( $I_{cr}$ )، تا یک مقدار ماکزیمم ( $I_g$ ) متغیر می‌باشد. جهت محاسبه خیز، آیین نامه ACI [۸] یک ممان اینرسی موثر ( $I_e$ )، به نحوی که تغییرات سختی مقاطع را در طول سازه به دلیل ترک خوردگی به صورتی منظور نماید معرفی نموده است. در این معادله اثرات الیاف در محاسبه ممان اینرسی موثر در نظر گرفته نشده است. ممان اینرسی موثر ( $I_e$ ) به لنگر ترک خوردگی عضو ( $M_{cr}$ )، لنگر ماکزیمم در عضو ناشی از بارگذاری مورد نظر ( $M_a$ )، ممان اینرسی مقطع ترک نخورده ( $I_g$ ) و ممان اینرسی مقطع ترک خورده ( $I_{cr}$ ) وابسته است.

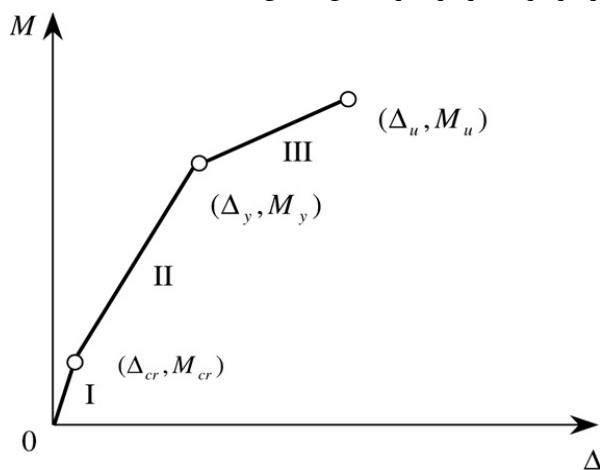
مرجع [۹] با در نظر گرفتن منحنی لنگر-انحناء به صورت دو خطی و نقاط کلیدی، تسلیم میلگردهای کششی ( $M_y$ ) و ( $\phi_y$ ) و نهایی ( $\phi_u$  و  $M_u$ )، ممان اینرسی موثر ( $I_e$ ) را قبل و بعد از مرحله تسلیم میلگردهای کششی متفاوت محاسبه و در تعیین خیز تیر اثرات سختی الیاف را منظور نموده است. در مرجع [۱۰] با تکمیل تحقیقات مرجع [۹] و استفاده از منحنی سه خطی لنگر-انحناء با توجه تغییرات لنگر ناشی از بارهای وارده در طول تیر نتایج دقیق تری ارائه شده است. مرجع [۱۱] با فرض منحنی سه خطی لنگر-خیز و استفاده از رابطه تنش-کرنش به صورت منحنی درجه دوم و صرفنظر نمودن از اثرات میلگردهای کششی در سختی خمشی در مرحله نهایی جواب‌های دقیق تری حاصل شده است.

در این تحقیق با استفاده از فرمولبندی مرجع [۱۱] ولی تغییر در روابط تنش-کرنش میلگرد و بتن ضرائب عددی متفاوت جهت محاسبه نیروی فشاری بتن و لنگر نیروی فشاری بتن حول محور خنثی استخراج شد. ضمناً با توجه به فرضیات مناسب و در نظر گرفتن منحنی تنش-کرنش فولاد کششی با یک فرض معقول همانطور که در شکل (۴) نشان داده شده است در حالت نهایی نصف سختی خمشی فولادهای طولی کششی در نظر گرفته شده است. در این تحقیق با حل دقیق معادلات همزمان عمق محور خنثی در دو مرحله تسلیم میلگردهای کششی و نهایی قابل استخراج می‌باشد آنگاه با فرض ممان اینرسی مناسب در دو مرحله فوق‌الذکر خیز نیز در دو مرحله قابل محاسبه می‌باشد. در مرحله ترک خوردگی با توجه به اینکه مقطع هیچ گونه ترک خوردگی ندارد محاسبه عمق محور خنثی و

ممان اینرسی برای مقطع ترک نخورده ساده می‌باشد. سعی گردیده روشی ساده و مناسب جهت محاسبه خیز و مقاومت متناظر (اعضاء خمشی که الیاف پلیمری بر سطح خارجی کششی آنها متصل شده است) با استفاده از روش‌های تئوری انجام گیرد. ضمناً جهت برآورد دقت این روش نتایج حاصل شده با مقادیر حاصله از مطالعات آزمایشگاهی انجام شده در سایر مراجع مقایسه گردیده است.

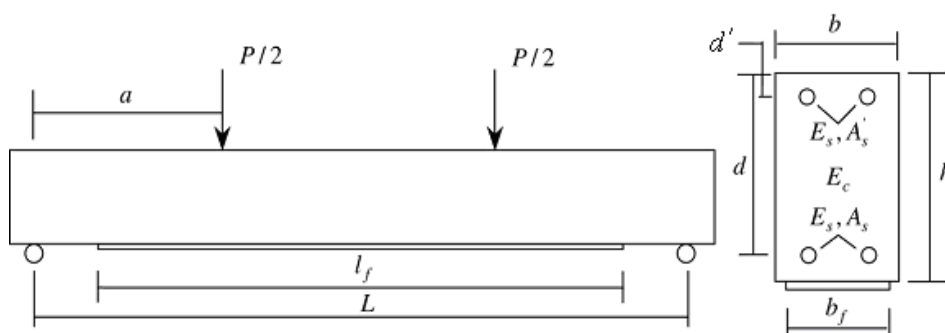
## ۲- منحنی لنگر-خیز تیر

در اینجا منحنی لنگر-خیز یک عضو خمشی به صورت سه خطی تخمین زده شده است و در این حالت نقاط کلیدی  $(\Delta_{cr}, M_{cr})$ ،  $(\Delta_y, M_y)$  و  $(\Delta_u, M_u)$  می‌باشند [۱۱]. در صورتی که این سه نقطه مشخص گردند با استفاده از منحنی تخمین زده شده خیز در هر مرحله از بارگذاری قابل تعیین است.



شکل ۱- منحنی شماتیک لنگر-خیز [۱۱]

## ۳- استخراج روابط لنگر-خیز



شکل ۲- متغیرهای بکار رفته در تیر و سطح مقطع [۱۱]

### ۳-۱- رفتار تیر تا قبل از ترک خوردگی (مرحله I)

با توجه به شکل ۱ زمانی که لنگر حداکثر در عضو خمشی از صفر تا لنگر ترک خوردگی افزایش می‌یابد، خیز نیز از صفر تا  $\Delta_{cr}$  افزایش می‌یابد. با توجه به اصول اولیه مقاومت مصالح در این مرحله رفتار تیر خطی است و لنگر و خیز از روابط زیر پیروی می‌کنند [۱۱]:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \quad (1)$$

$$\Delta_{cr} = \frac{M_{cr}}{24E_c I_g} (3L^2 - 4a^2) \quad (2)$$

در روابط فوق:

$f_r$ : مقاومت کششی ناشی از خمش که مقدار آن طبق آیین نامه امریکا (ACI) [۸] بصورت زیر پیشنهاد شده است،

$$f_r = 0.7 \sqrt{f'_c} \quad (MPa) \quad (3)$$

$y_t$ : فاصله محور خنثی تا دورترین تار کششی است که با صرفنظر کردن از اثرات میلگردها بصورت زیر قابل محاسبه است،

$$y_t = \frac{h}{2} \quad (4)$$

$E_c$ : ضریب کشسانی بتن بر اساس آیین نامه (ACI) بصورت زیر قابل تخمین است:

$$E_c = 4730 \sqrt{f'_c} \quad (MPa) \quad (5)$$

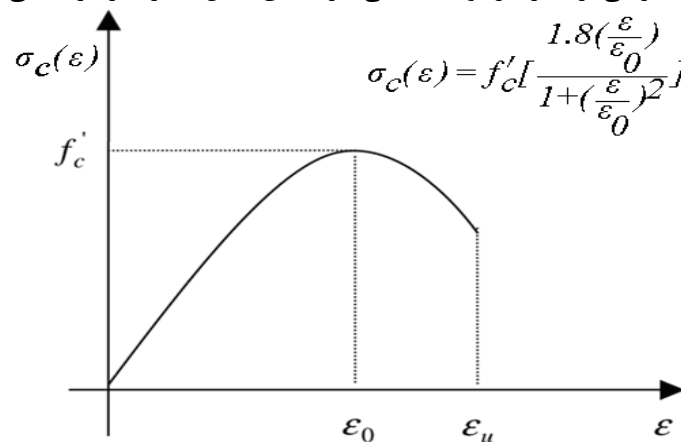
$I_g$ : ممان اینرسی مقطع ترک نخورده،

$$I_g = \frac{bh^3}{12} \quad (6)$$

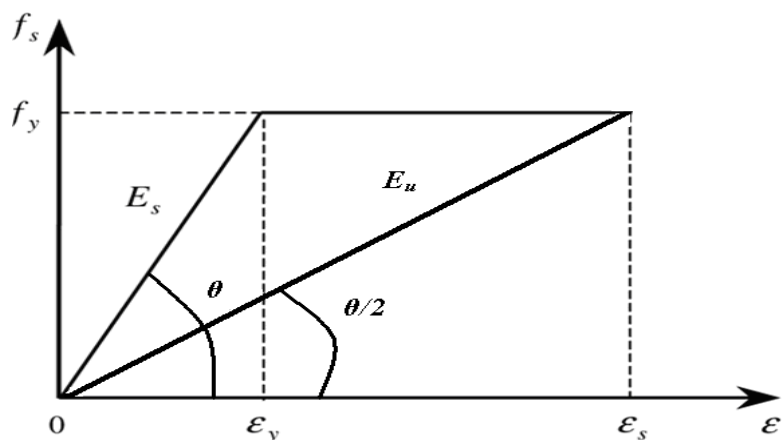
و  $f'_c$  مقاومت فشاری بتن می باشد.

### ۳-۲- رفتار تیر ترک خورده تا لحظه جاری شدن میلگردهای کششی (مرحله II)

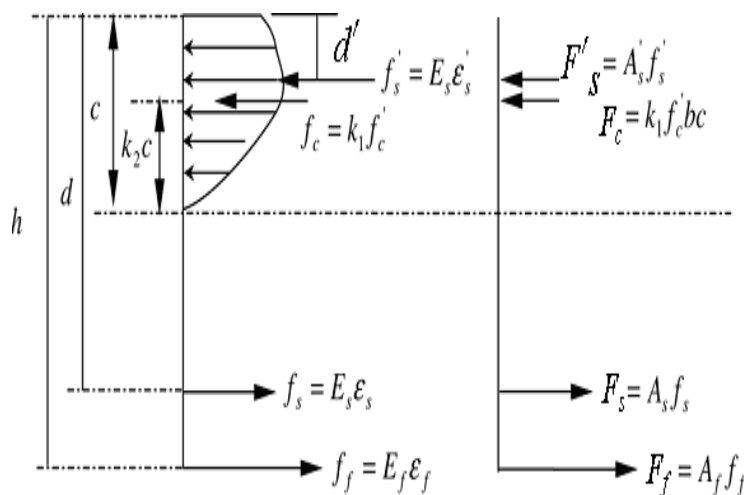
زمانی که لنگر ماکزیمم در عضو خمشی از لنگر ترک خوردگی ( $M_{cr}$ ) تا لنگر تسلیم میلگردهای کششی ( $M_y$ ) افزایش می یابد، خیز وسط تیر نیز از  $\Delta_{cr}$  تا  $\Delta_y$  افزایش می یابد. جهت فرمول بندی از منحنی تنش-کرنش فشاری بتن ارائه شده در مرجع [۱۲] که یک مدل مناسب برای اعضاء خمشی تسلیح کم می باشد استفاده شده است (شکل ۳). در این جا فرض می گردد که دیاگرام کرنش در عمق تیر به صورت خطی تغییر کرده و از تنش کششی بتن در قسمت پایین محور خنثی صرفنظر می گردد. رفتار فولاد کششی نیز مطابق شکل ۴ در نظر گرفته می شود.



شکل ۳: منحنی تنش-کرنش فشاری بتن [۱۲]



شکل ۴: نمودار تنش-کرنش فولاد



شکل ۵: تنش ها و نیروهای وارد شده بر مقطع [11]

در شکل ۵ وضعیت تنش‌ها و برابری نیروها در مقطع ترک‌خورده یک تیر بتن مسلح تقویت شده با FRP مشاهده می‌گردد. با توجه به شکل ۵، نیروی فشاری بتن مقطع به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$F_c = \int_0^{\varepsilon_c} \frac{\sigma_c(\varepsilon)}{\varepsilon_c} bc d\varepsilon \quad (7)$$

$\varepsilon_c$ : کرنش بتن در دورترین تار فشاری

$c$ : عمق محور خنثی

اگر نیروی فشاری بتن به صورت زیر در نظر گرفته شود:

$$F_c = k_1 f'_c bc \quad (8)$$

آنگاه

$$k_1 = \frac{1}{f'_c} \int_0^{\varepsilon_c} \frac{\sigma_c(\varepsilon)}{\varepsilon_c} d\varepsilon \quad (9)$$

همچنین لنگر خمشی منتج از نیروی فشاری بتن را حول محور خنثی با توجه به رابطه زیر تعیین می‌گردد:

$$M_c = \int_0^{\varepsilon_c} \frac{\sigma_c(\varepsilon)bc^2}{\varepsilon_c^2} d\varepsilon \quad (10)$$

و در صورتی که لنگر خمشی حاصله به صورت زیر در نظر گرفته شود:

$$M_c = k_1 k_2 f'_c b c^2 \quad (11)$$

آنگاه

$$k_2 = \frac{1}{k_1 f'_c} \int_0^{\varepsilon_c} \frac{\sigma(\varepsilon)}{\varepsilon_c^2} \varepsilon d\varepsilon \quad (12)$$

با توجه به اینکه رابطه تنش-کرنش بتن مطابق مرجع [۱۲] به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\sigma_c(\varepsilon) = f'_c \left( \frac{1.8 \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)}{1 + \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^2} \right) \quad (13)$$

$k_1$  و  $k_2$  به صورت زیر محاسبه می‌گردند:

$$k_1 = 0.9 \left( \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_c} \right) \ln \left( 1 + \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right) \quad (14)$$

$$k_2 = 2 \left( \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_c} \right) \frac{\left( \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right) - \operatorname{tag}^{-1} \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right) \right)}{\ln \left( 1 + \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right)} \quad (15)$$

بطوری‌که:

$$\varepsilon_0 = 1.71 \frac{f'_c}{E_c} \quad (16)$$

### ۳-۲-۱- معادلات سازگاری کرنش‌ها

کرنش در دورترین تار فشاری بتن ( $\varepsilon_c$ )، فولادهای فشاری ( $\varepsilon_s'$ )، و الیاف پلیمری ( $\varepsilon_f$ )، در مرحله تسلیم میلگردهای کششی را می‌توان به صورت زیر استخراج نمود [۱۱]:

$$\varepsilon_c = \frac{c}{d-c} \varepsilon_y \leq 0.003 \quad (17)$$

$$\varepsilon_c' = \frac{c-d'}{d-c} \varepsilon_y \quad (18)$$

$$\varepsilon_f = \frac{h-c}{d-c} \varepsilon_y \quad (19)$$

بطوری که کرنش در لحظه جاری شدن میلگردهای کششی بصورت زیر تعیین می‌گردد:

$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s} \quad (20)$$

### ۳-۲-۲- معادله تعادل نیروها

معادله تعادل نیروها در مقطع را می‌توان به صورت زیر معین نمود [۱۱]:

$$\sum F = 0 \Rightarrow F_c + F'_s + F_s + F_f = 0 \quad (21)$$

همان‌طور که از شکل ۵ مشخص است،

$F_c$ : برابند نیروهای فشاری بتن مقطع

$F'_s$ : برابند نیروهای فولادهای فشاری مقطع

$F_s$ : برابند نیروهای فولادهای کششی مقطع

$F_f$ : برابند نیروهای الیاف کششی مقطع

می‌توان معادله (۲۱) را بصورت ساده شده زیر بازنویسی کرد:

$$Ac^2 + Bc + C = 0 \quad (22)$$

$$A = k_1 f'_c b \quad (23)$$

$$B = \varepsilon_c [A'_s E_s + A_f E_f] \quad (24)$$

$$C = -\varepsilon_c [A'_s E_s d' + A_f E_f h] \quad (25)$$

با حل همزمان معادلات فوق و معادلات سازگاری کرنش‌ها مقدار  $c$ ،  $\varepsilon_c$ ،  $k_1$  و  $k_2$  قابل محاسبه است. حال مشخصات نقطه ( $M_y$  و  $\Delta_y$ ) بصورت زیر تعیین می‌گردد:

$$M_y = k_1 k_2 f'_c b c^2 + A'_s E_s \varepsilon'_s (c - d') + A_s f_y (d - c) + A_f E_f \varepsilon_f (h - c) \quad (26)$$

$$\Delta_y - \Delta_{cr} = \frac{M_y - M_{cr}}{24 E_c I_{cr}} [3L^2 - 4a^2] \quad (27)$$

$I_{cr}$ : ممان اینرسی مقطع ترک‌خورده می‌باشد که می‌توان آن را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$I_{cr} = \frac{bc^3}{3} + \frac{E_s}{E_c} A'_s (c - d')^2 + \frac{E_s}{E_c} A_s (d - c)^2 + \frac{E_f}{E_c} A_f (h - c)^2 \quad (28)$$

### ۳-۳- رفتار تیر پس از جاری شدن میلگردهای کششی (مرحله III)

زمانی که لنگر ماکزیمم در عضو خمشی از لنگر مرحله تسلیم میلگردهای کششی ( $M_y$ ) تا لنگر نهایی ( $M_u$ ) افزایش می‌یابد، خیز وسط تیر نیز از  $\Delta_y$  تا  $\Delta_u$  افزایش می‌یابد. با توجه به اینکه در مرحله نهایی، تخریب در تیرهای بتن مسلح مقاوم شده با الیاف مصنوعی پلیمری متصل شده بر وجه کششی به دو شکل اتفاق می‌افتد لذا دو حالت زیر مورد بررسی قرار می‌گیرد:

**حالت اول:** در این حالت تخریب تیر بصورت پاره‌شدن الیاف کششی صورت می‌گیرد، که در این حالت کرنش در دورترین تار فشاری بتن بصورت زیر می‌باشد [۱۱]:

$$\varepsilon_c = \frac{c}{h-c} \varepsilon_{ff} \leq 0.003 \quad (29)$$

$$\varepsilon_{ff} = \varepsilon_{fu} \quad (30)$$

$\varepsilon_{fu}$ : کرنش کششی نهایی الیاف

**حالت دوم:** در صورتی که تخریب ناشی از جدا شدن الیاف از سطح بتن باشد، آنگاه با توجه به آیین نامه (ACI 440) [۱۳] کرنش  $\varepsilon_{ff}$  بصورت زیر تعیین می‌گردد [۱۱]:

$$\varepsilon_{ff} = k_m \varepsilon_{fu} \quad (31)$$

که ضریب کاهش  $k_m$  از روابط زیر قابل محاسبه است [۱۱]:

$$k_m = \frac{1}{60\varepsilon_{fu}} \left[ 1 - \frac{nE_f t_f}{360000} \right] \leq 0.9,$$

$$nE_f t_f < 180000$$

$$k_m = \frac{1}{60\varepsilon_{fu}} \left[ \frac{90000}{nE_f t_f} \right] \leq 0.9,$$

$$nE_f t_f > 180000$$

(۳۲)

$n$ : تعداد ورقهای الیاف FRP

$t_f$ : ضخامت هر لایه ورق FRP

$E_f$ : ضریب کشسانی الیاف

با توجه به دو حالت محتمل تخریب و با توجه به اینکه  $\varepsilon_{fu}$  از خواص مکانیکی الیاف پلیمری می‌باشد، با استفاده از معادلات استخراج شده قسمت قبل  $c$ ،  $\varepsilon_c$ ،  $k_1$  و  $k_2$  در حالت نهایی نیز قابل محاسبه خواهند بود. و از آن جا لنگر نهایی مقطع بصورت زیر قابل محاسبه است [۱۱]:

$$M_u = k_1 k_2 f'_c b c^2 + A'_s E_s \varepsilon'_s (c - d') + A_s f_y (d - c) + A_f E_f \varepsilon_{ff} (h - c) \quad (33)$$

و:

$$\Delta_u - \Delta_y = \frac{M_u - M_y}{24 E_c I_{cru}} [3L^2 - 4a^2] \quad (34)$$

با توجه به این موضوع که با افزایش کرنش میلگردهای کششی از حد  $\varepsilon_y$ ، سختی خمشی آن به شدت کاهش می‌یابد، از نصف سختی فولادهای کششی در مرحله نهایی مطابق شکل ۴ صرفنظر شده و:

$$I_{cru} = \frac{bc^3}{3} + \frac{E_s}{E_c} A'_s (c - d')^2 + \frac{E_f}{E_c} A_f (h - c)^2 + 1/2 \left( \frac{E_s}{E_c} A_s (d - c)^2 \right) \quad (35)$$



جدول (۱) - مشخصات تیرهای مورد مطالعه مراجع [۱۳، ۱۴ و ۱۴]

Beam No.	ابعاد تیر (mm)					مشخصات آرماتور طولی کششی								CFRP مشخصات
	$b$	$h$	$d$	$L$	$a$	$E_c$ (GPa)	$f_c$ (MPa)	$E_s$ (GPa)	$f_y$ (MPa)	$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	$A'_s$ (mm <sup>2</sup> )	$E_f$ (GPa)	$\epsilon_{fu}$ (%)	
IS1	۲۰۰	۳۰۰	۲۵۰	۳۰۰۰	۱۰۰۰	۳۲/۵	۴۷/۳	۲۰۰	۴۴۷	۲۵۸	۰	۲۰۰	۰/۶	۱۵۲×۰/۰۷۱×۲
IS2	۲۰۰	۳۰۰	۲۵۰	۳۰۰۰	۱۰۰۰	۳۲/۵	۴۷/۳	۲۰۰	۴۴۷	۲۵۸	۰	۲۰۰	۰/۶	۱۵۲×۰/۰۷۱×۲
IS3	۲۰۰	۳۰۰	۲۵۰	۳۰۰۰	۱۰۰۰	۳۲/۵	۴۷/۳	۲۰۰	۴۴۷	۲۵۸	۰	۲۰۰	۰/۶	۱۵۲×۰/۰۷۱×۲
3L	۱۰۸	۱۵۸	۱۳۲	۱۵۲۶	۵۶۰	۳۳/۱۱	۴۹	۲۰۰	۴۲۷	۱۴۲	۵۶	۱۱۰	۰/۷	۱۰۲×۰/۱۶۵×۳
4L-1	۱۰۸	۱۵۸	۱۳۲	۱۵۲۶	۵۶۰	۳۳/۱۱	۴۹	۲۰۰	۴۲۷	۱۴۲	۵۶	۱۱۰	۰/۷	۱۰۲×۰/۱۶۵×۴
4L-2	۱۰۸	۱۵۸	۱۳۲	۱۵۲۶	۵۶۰	۳۳/۱۱	۴۹	۲۰۰	۴۲۷	۱۴۲	۵۶	۱۱۰	۰/۷	۱۰۲×۰/۱۶۵×۴
5L-1	۱۰۸	۱۵۸	۱۳۲	۱۵۲۶	۵۶۰	۳۳/۱۱	۴۹	۲۰۰	۴۲۷	۱۴۲	۵۶	۱۱۰	۰/۷	۱۰۲×۰/۱۶۵×۵
5L-2	۱۰۸	۱۵۸	۱۳۲	۱۵۲۶	۵۶۰	۳۳/۱۱	۴۹	۲۰۰	۴۲۷	۱۴۲	۵۶	۱۱۰	۰/۷	۱۰۲×۰/۱۶۵×۵
6L-1	۱۰۸	۱۵۸	۱۳۲	۱۵۲۶	۵۶۰	۳۳/۱۱	۴۹	۲۰۰	۴۲۷	۱۴۲	۵۶	۱۱۰	۰/۷	۱۰۲×۰/۱۶۵×۶
6L-2	۱۰۸	۱۵۸	۱۳۲	۱۵۲۶	۵۶۰	۳۳/۱۱	۴۹	۲۰۰	۴۲۷	۱۴۲	۵۶	۱۱۰	۰/۷	۱۰۲×۰/۱۶۵×۶
C3	۲۰۰	۱۵۰	۱۲۰	۲۱۰۰	۷۵۰	۳۳/۲	۴۹/۲	۲۱۰	۴۲۰	۴۰۲	۱۰۱	۱۲۷	۱/۲	۱۵۰×۰/۲×۲
C4	۲۰۰	۱۵۰	۱۲۰	۲۱۰۰	۷۵۰	۳۳/۲	۴۹/۲	۲۱۰	۴۲۰	۴۰۲	۱۰۱	۱۲۷	۱/۲	۱۵۰×۰/۲×۲
C5	۲۰۰	۱۵۰	۱۲۰	۲۱۰۰	۷۵۰	۳۳/۲	۴۹/۲	۲۱۰	۴۲۰	۴۰۲	۱۰۱	۱۲۷	۱/۲	۱۵۰×۰/۲×۶
C6	۲۰۰	۱۵۰	۱۲۰	۲۱۰۰	۷۵۰	۳۳/۲	۴۹/۲	۲۱۰	۴۲۰	۴۰۲	۱۰۱	۱۲۷	۱/۲	۱۵۰×۰/۲×۶

#### ۴- مقایسه روش پیشنهادی با نتایج آزمایشگاهی

تحقیقات بسیاری جهت بررسی رفتار تیرهای بتن مسلح در خمش انجام شده است. در مرجع [۱۴] با انجام آزمایش بر روی سه تیر و تغییر تعداد لایه های FRP به بررسی افزایش تعداد لایه ها بر روی رفتار آنها پرداخته است. در این آزمایشات در نمونه های IS3، IS2 و IS1 به ترتیب دو، سه و پنج لایه استفاده شده است. تحقیقات انجام شده در مرجع [۱۱] نیز که با افزایش تعداد لایه های الیاف به عنوان متغیر انجام گرفته و نماد گذاری نمونه ها 3L تا 6L انجام شده که به ترتیب نشان دهنده افزایش لایه های کربن از ۳ تا ۶ می باشند.

مرجع [۱۵] نیز به بررسی و مقایسه تاثیر ورقهای CFRP و GFRP (الیاف کربن و شیشه) را جهت مقاوم کردن سازه پرداخته است، نمونه های C3 تا C6 انجام شده که به ترتیب ۳ تا ۶ لایه دارند و C7 و C8 علاوه بر تعداد لایه ها نوع آنها نیز متفاوت می باشد. مشخصات تیرهای آزمایش شده در مراجع [۱۴، ۱۵ و ۱۴] در جدول ۱ آورده شده است. نتایج مقایسه روش فوق الذکر با تحقیقات انجام شده در جداول ۵-۲ نشان داده شده است. نتایج بیانگر آنست که اعداد فوق که بر اساس فرمولبندی مرجع [۱۱] و با تغییر پارامترهای تنش - کرنش فولاد و بتن استخراج شده اند، نسبت به نتایج مرجع [۱۱] در خیز تسلیم و نهایی نتایج دقیق تری ارائه شده است. اما در برآورد ممان های تسلیم و نهایی دقت کمتری مشاهده شد.

جدول ۲: مقایسه لنگر تسلیم روش ارائه شده و نتایج آزمایشگاهی

Beam No.	لنگر متناظر با تسلیم میلگرد کششی	
	آزمایشگاه (kN.m) [۱۴ و ۱۵]	مطالعه حاضر (kN.m)
IS1	۳۶/۷	۳۰/۴۶
IS2	۳۷/۸	۳۲/۰۸
IS3	۴۲/۳	۳۷/۱۲
3L	۱۱/۴	۹/۲۸
4L-1	۱۳/۲	۹/۹۹
4L-2	۱۲/۲	۹/۹۹
5L-1	۱۳/۷	۱۰/۶۹
5L-2	۱۴/۳	۱۰/۶۹
6L-1	۱۴/۴	۱۱/۳۹
6L-2	۱۴/۹	۱۱/۳۹

**جدول ۳: مقایسه لنگر نهایی روش ارائه شده و نتایج آزمایشگاهی**

Beam	لنگر نهایی آزمایشگاه [۱۵ و ۱۱.۱۴] (kN.m)	لنگر نهایی مطالعه حاضر (kN.m)
IS1	۴۰/۲	۳۵/۰۶
IS2	۴۶	۳۸/۶۴
IS3	۵۵	۴۵/۷۵
3L	۱۴/۸	۱۲/۸۷
4L-1	۱۵/۶	۱۴/۶۳
4L-2	۱۵/۴	۱۴/۶۳
5L-1	۱۷/۶	۱۶/۳۷
5L-2	۱۷/۳	۱۶/۳۷
6L-1	۱۷/۸	۱۸/۰۹
6L-2	۱۷/۶	۱۸/۰۹
C3	۲۸/۱	۲۹/۷۵
C4	۲۹	۲۹/۷۵
C5	۳۸/۷	۴۱/۴۶
C6	۳۸	۴۱/۴۶

**جدول ۴: مقایسه خیز تسلیم روش ارائه شده و نتایج آزمایشگاهی**

Beam	خیز متناظر با تسلیم میلگرد کششی آزمایشگاه (mm) [۱۴ و ۱۱]	خیز متناظر با تسلیم میلگرد کششی مطالعه حاضر (mm)
IS1	۱۳	۱۱/۹۰
IS2	۱۲/۹	۱۲/۳۶
IS3	۱۴	۱۲/۵۱
3L	۷/۱	۵/۵۸
4L-1	۷/۲	۵/۶۵
4L-2	۶/۸	۵/۶۵
5L-1	۶/۵	۵/۷۱
5L-2	۷	۵/۷۱
6L-1	۷/۱	۵/۷۸
6L-2	۷/۳	۵/۷۸

**جدول ۵: مقایسه خیز نهایی روش ارائه شده و نتایج آزمایشگاهی**

Beam	خیز نهایی آزمایشگاه (mm) [۱۵ و ۱۱.۱۴]	خیز نهایی مطالعه حاضر (mm)
IS1	۲۰/۱	۲۳/۷۸
IS2	۲۳/۳	۲۲/۰۹
IS3	۲۴/۱	۲۴/۱۲
3L	۱۲/۴	۱۱/۳۷
4L-1	۱۲/۶	۱۱/۷۰
4L-2	۱۳/۵	۱۱/۷۰
5L-1	۱۲/۸	۱۱/۹۷
5L-2	۱۳/۵	۱۱/۹۷
6L-1	۱۲/۱	۱۲/۱۹
6L-2	۱۲/۱	۱۲/۱۹
C3	۲۵/۵	۲۶/۶۱
C4	۳۰/۸	۲۹/۶۱
C5	۳۲/۴	۲۸/۵۶
C6	۳۱/۴	۲۸/۵۶

### ۵- نتیجه گیری

مقادیر خیز و لنگر حاصله از آزمایش بر روی ۱۴ عدد تیر بتن مسلح مقاوم شده با الیاف پلیمری که تحت بارگذاری دو نقطه ای قرار گرفته اند و در مراجع [۱۱ و ۱۳ و ۱۴] ارائه شده اند با روش ارائه شده در این تحقیق مورد مقایسه

قرار گرفته اند. همانطور که از جداول مشهود است، نتایج حاصل از فرمولبندی این تحقیق در حالت نهایی (لنگر و خیز نهایی) هماهنگی و انطباق بسیار خوبی با نتایج آزمایشگاهی نسبت به حالت تسلیم فولادهای کششی دارد و از آن جا که نتایج حالت نهایی بسیار مهم و مورد استفاده می باشند لذا نتایج این تحقیق می تواند به صورت محافظه کارانه (با توجه به اختلاف بسیار کم، که از نتایج آزمایشگاهی کوچکتر می باشد) جهت برآورد مقاومت و خیز اعضاء خمشی بتنی مقاوم شده با الیاف پلیمری مورد استفاده قرار گیرد. نتایج بیانگر آنست که اعداد فوق که بر اساس فرمولبندی مرجع [۱۱] و با تغییر پارامترهای تنش - کرنش فولاد و بتن استخراج شده اند، نسبت به نتایج مرجع [۱۱] در خیز تسلیم و نهایی نتایج دقیق تری ارائه شده است. اما در برآورد ممان های تسلیم و نهایی دقت کمتری مشاهده شد.

#### ۶- مراجع

- [1] Roberts, T. M. (1989). *Approximate analysis of shear and normal stress concentrations in the adhesive layer of plated RC beams*. *Structural Engineer*, 67(12), 228-233.
- [2] Roberts, T. M., Kazemi, H. (1989). *A theoretical study of the behavior of reinforced concrete beams strengthened by externally bonded steel plates*. *Proceeding of the Institution of Civil Engineers*, 1(87), 39-59, 1989.
- [3] Chaallal, O., Nollet, M. J., Perraton, D. (1998). *Strengthening of reinforced concrete beams with externally bonded fiber-reinforced plastic-plates*. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 25, 692-704.
- [4] Saadatmanesh, H., Malek, A. M. (1998). *Design guidelines for flexural strengthening of RC beams with FRP Plates*", *Journal of Composites for Construction*. 2(4), 158-164.
- [5] Khalifa, A., Gold, W. J., Nanni, A., Aziz, A. M. I. (1998). *Contribution of externally bonded FRP to shear capacity of RC flexural members*. *Journal of Composites for Construction*, 2(4), 195-202.
- [6] Triantafyllou, T. C., Antonopoulos, C. P. (2000). *Design of concrete flexural members strengthened in shear of FRP*", *Journal of Composites for Construction*, 4(4), 198-205.
- [7] Mukhopadhyay, P., Swamy, N. (2000). *Interface shear stress, a new design criterion for plate debonding*", *Journal of Composites for Construction*, 4(4), 198-205.
- [8] ACI 318-05. (2005). *Building code requirements for structural concrete and commentary*. Detroit (Michigan, USA): American Concrete Institute) ACI.
- [9] EI-Mihilmy, M., and Tedwsco, J. W. (2000). *Deflection of reinforced concrete beams strengthened with fiber-reinforced polymer plates*. *ACI Structural Journal*, 97(5), 679-688.
- [10] Charkas, H., Rasheed, H., Melham, H. (2003). *Rigorous procedure of fiber-reinforced polymer-strengthened reinforced concrete beams*. *ACI Structural Journal*, 100(4), 529-539.
- [11] Toutanji, H., Zhao, L., Zhang, Y. (2006). *Flexural behavior of reinforced concrete beams externally strengthened with CFRP sheets bonded with an inorganic matrix*. *Engineering Structures*, 28, 557-566.
- [12] Newhook, J., Ghali A., Tadros, G. (2005). *Concrete flexural members reinforced with fiber reinforced polymer: design for cracking and deformability*, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 29, 125-134.
- [13] ACI Committee 440. (1996). *State of the art report on fiber reinforced plastic reinforcement for concrete structures*. Detroit (Michigan, USA :American Concrete Institute (ACI).
- [14] Balaguru, P., Kurtz, S. (1997). *Use of inorganic polymer-fiber composites for repair and rehabilitation of infrastructures*. In: *Proceeding of the international conference on repair and rehabilitation of reinforced concrete structures*, ASCE Publication, Maracaibo, Venezuela, 155-168.
- [15] Rahimi, H., Hutchinson, A. (2001). *Concrete beams strengthened with externally bonded FRP plates*. *Journal of Composites for Construction*, 1(5), 44-56.

# A method to Assess Capacity and Deflection of Flexural Reinforced Concrete Members Retrofitted With FRP

**Yasser Sharifi**

*Assistant professor, Faculty of Engineering, Vali-e-Asr University of Rafsanjan*

**Ehsan Khojastehfar**

*Assistant professor, Faculty of Engineering, Vali-e-Asr University of Rafsanjan*

## **Abstract**

*The rehabilitation of existing reinforced concrete structures and infrastructures becomes necessary due to ageing, corrosion of steel reinforcement, defects in construction/design, demand in the increased service loads, and damage in case of seismic events and improvement in the design guidelines. Fiber-reinforced polymers (FRP) have emerged as promising material for rehabilitation of existing reinforced concrete structures. The use of externally bonded Fiber Reinforced Polymer (FRP) sheets is an effective technique for strengthening and retrofitting of reinforced concrete beams especially under flexural loads. The use of FRP has been on the rise, mainly due to composite materials' high strength and stiffness, non-corrosive nature and ease of installation. The purpose of retrofitting is to structurally treat the member with an aim to restore the structure to its original strength. Few investigations have performed to investigate the characteristics of retrofitted reinforced concrete flexural members. In the present study, a method for analyzing of the reinforced concrete beams retrofitted by FRP is proposed. The equilibrium equations and associated strain boundary conditions are used to determine the deflection and moment at each point along beam. As it is demonstrate in the numerical example, the proposed procedure can yield in efficient way, accurate result for FRP concrete beams .*

**Keywords:** Reinforced Concrete Beams Flexural Member Retrofitting Fiber Polymer FRP All rights reserved to Iranian Society of Structural Engineering. Citation: