

# بررسی مدل میکروساختار ارتوتروپیک بتن با شکل سنگدانه‌های واقعی

سید مهدی اردستانی<sup>۱</sup>، سید حسین حسینی لواسانی<sup>۲\*</sup>، میلاد نورالهی<sup>۳</sup>

۱- سید مهدی اردستانی، دانشجوی کارشناسی ارشد عمران، دانشگاه خواجه نصیر

۲- دانشیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه خوارزمی، تهران

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشگاه خوارزمی، تهران

[lavasani@khu.ac.ir](mailto:lavasani@khu.ac.ir)

## چکیده

بتن به عنوان یک ماده مرکب ناهمگن، از فازهای مختلفی شامل خمیر سیمان، سنگدانه‌ها و نواحی بین‌سطحی تشکیل شده و خواص مکانیکی آن به شکل، اندازه، درصد حجمی و نحوه توزیع سنگدانه‌ها وابسته است. در این پژوهش، مدل سه‌بعدی حجم نماینده بتن با استفاده از شکل واقعی سنگدانه‌ها تولید و تحت شرایط مرزی پرریودیک در نرم‌افزار آباکوس تحلیل شد. هدف اصلی، استخراج خواص مکانیکی مؤثر بتن به صورت ارتوتروپیک شامل مدول‌های الاستیسیته، مدول‌های برشی و ضرایب پواسون بود. برای تعیین اندازه مناسب RVE، نمونه‌هایی با ابعاد ۴۰، ۵۰، ۶۰ و ۷۰ میلی‌متر بررسی شد و با توجه به همگرایی نتایج، اندازه ۶۰ میلی‌متر به عنوان حجم نماینده انتخاب گردید. سپس مدل‌ها برای درصد‌های حجمی سنگدانه ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ درصد تحلیل شدند. نتایج نشان داد با افزایش درصد حجمی سنگدانه‌ها، مدول‌های الاستیسیته مؤثر از حدود ۲۱۰۵ گیگاپاسکال در ۱۰ درصد به حدود ۳۱۰۸ گیگاپاسکال در ۴۰ درصد افزایش یافت. همچنین مدول‌های برشی از حدود ۸۰۹۶ گیگاپاسکال به حدود ۱۳۰۲۷ گیگاپاسکال رسیدند. ضرایب پواسون نیز در بازه تقریبی ۰٫۱۹۶ تا ۰٫۲۰۰ تغییر کردند. نتایج بیانگر آن است که استفاده از هندسه واقعی سنگدانه‌ها و شرایط مرزی پرریودیک می‌تواند پیش‌بینی دقیق‌تری از خواص مکانیکی مؤثر بتن فراهم کند.

**واژگان کلیدی:** میکرومکانیک، مواد مرکب، شکل سنگدانه‌ها، شرایط مرزی پرریودیک، مدل RVE بتن

## ۱. مقدمه

امروزه بتن به عنوان یکی از پرمصرف‌ترین مصالح ساختمانی در جهان شناخته می‌شود و نقش اساسی در توسعه زیرساخت‌های عمرانی، پل‌ها، سدها و سازه‌های بلندمرتبه ایفا می‌کند. عملکرد مناسب سازه‌های بتنی به شناخت دقیق رفتار مکانیکی بتن در مقیاس‌های مختلف وابسته است. اگرچه در بسیاری از تحلیل‌های مهندسی، بتن به صورت یک ماده همگن و ایزوتروپیک فرض می‌شود، اما در واقع این ماده از اجزای مختلفی شامل سنگدانه‌ها، خمیر سیمان، ناحیه انتقال بین سنگدانه و خمیر سیمان و همچنین خفرات و ریزترک‌ها تشکیل شده است. وجود این اجزای ناهمگن موجب می‌شود رفتار مکانیکی بتن به شدت تحت تأثیر ویژگی‌های ریزساختاری آن قرار گیرد [۱، ۲]. پیشرفت فناوری‌های ساخت و افزایش نیاز به مصالح با عملکرد مکانیکی بهتر

سبب شده است که شناخت رفتار مصالح مرکب و ناهمگن بیش از گذشته مورد توجه پژوهشگران قرار گیرد. در مصالح مرکب، خواص نهایی تنها تابع خواص اجزای تشکیل دهنده نیست، بلکه نحوه توزیع، شکل هندسی، درصد حجمی و اندرکنش میان فازهای مختلف نیز بر رفتار کلی ماده تأثیرگذار است [۲،۳]. بتن نیز به عنوان یک ماده مرکب چندفازی نمونه‌ای بارز از چنین مصالحی محسوب می‌شود که در آن سنگدانه‌ها نقش تقویت کننده و خمیر سیمان نقش زمینه را ایفا می‌کنند. از این رو پیش‌بینی دقیق خواص مؤثر بتن مستلزم بررسی ساختار داخلی آن در مقیاس میکرو و مزو است. مبانی اولیه تحلیل مواد ناهمگن از مطالعات کلاسیک در زمینه محیط‌های دارای ناپیوستگی و ریزساختار سرچشمه می‌گیرد. پژوهش ولترا [۴] در زمینه تعادل اجسام الاستیک چنداتصال، از نخستین مطالعات مؤثر در تحلیل محیط‌های دارای ناپیوستگی محسوب می‌شود. پس از آن، مایندلین [۵] و ارینگن [۶] با توسعه نظریه‌های مرتبط با ریزساختار و محیط‌های میکروپلاری، امکان ورود درجات آزادی و اثرات ریزمقیاس را به نظریه‌های محیط پیوسته فراهم کردند. در ادامه، باردنهاگن و تریانتافیلیدیس [۷] و همچنین چانگ و گائو [۸] با توسعه نظریه‌های گرادیان مرتبه بالاتر، امکان لحاظ نمودن اثرات ریزساختاری در تحلیل محیط‌های ناهمگن را تقویت کردند. همچنین مطالعات بودیانسکی و اوکانل [۹] و کاچانوف [۱۰] نشان داد که وجود ترک‌ها و ناپیوستگی‌های ریز می‌تواند تأثیر قابل توجهی بر مدول‌های الاستیک و رفتار مکانیکی مواد مرکب داشته باشد. در گذشته تعیین خواص مکانیکی بتن عمدتاً بر پایه آزمایش‌های تجربی انجام می‌شد. اگرچه این روش‌ها از دقت مناسبی برخوردار هستند، اما هزینه زیاد، زمان بردن فرآیند آزمایش و دشواری بررسی همزمان پارامترهای متعدد باعث شده است استفاده از روش‌های تحلیلی و عددی به عنوان جایگزین یا مکمل آزمایش‌های فیزیکی مورد توجه قرار گیرد [۱۱-۱۳]. در همین راستا، علم میکرومکانیک با هدف پیش‌بینی رفتار مؤثر مواد مرکب بر اساس خواص اجزای تشکیل دهنده آن‌ها توسعه یافت [۲]. یکی از مهم‌ترین دستاوردهای علم میکرومکانیک، توسعه روش‌های همگن‌سازی برای تعیین خواص مؤثر مواد مرکب است. نخستین کران‌های نظری توسط وویگت [۱۴] و رئوس [۱۵] ارائه شد. این مدل‌ها به ترتیب کران بالایی و پایینی خواص الاستیک مواد چندفازی را تعیین می‌کردند. پس از آن، هیل [۱۶] با ارائه مفهوم میانگین‌گیری انرژی، مبنای نظری مهمی برای تحلیل مواد مرکب فراهم ساخت. در ادامه، هاشین و اشتريکمن [۳] کران‌های دقیق‌تری برای تخمین خواص الاستیک مواد چندفازی ارائه نمودند که همچنان از معتبرترین روابط موجود در این حوزه محسوب می‌شوند. تحول اساسی در میکرومکانیک با ارائه حل معروف اشلبی برای ناخالصی بیضوی در محیط الاستیک نامتناهی رخ داد [۱۷]. تانسور اشلبی پایه بسیاری از مدل‌های نوین همگن‌سازی را تشکیل می‌دهد. بر اساس این نظریه، موری و تاناکا [۱۸] روشی را برای پیش‌بینی تنش متوسط و انرژی کرنشی در مواد دارای ناخالصی توسعه دادند که امروزه یکی از پرکاربردترین روش‌های تعیین خواص مؤثر مواد مرکب محسوب می‌شود. پس از آن مدل‌های دیفرانسیلی [۱۹]، روش بنونیست [۲۰] و مدل ناخالصی دوگانه هوری و نعمت‌ناصر [۲۱] برای افزایش دقت پیش‌بینی رفتار مواد مرکب توسعه یافتند. با وجود پیشرفت چشمگیر مدل‌های تحلیلی، بسیاری از این روش‌ها

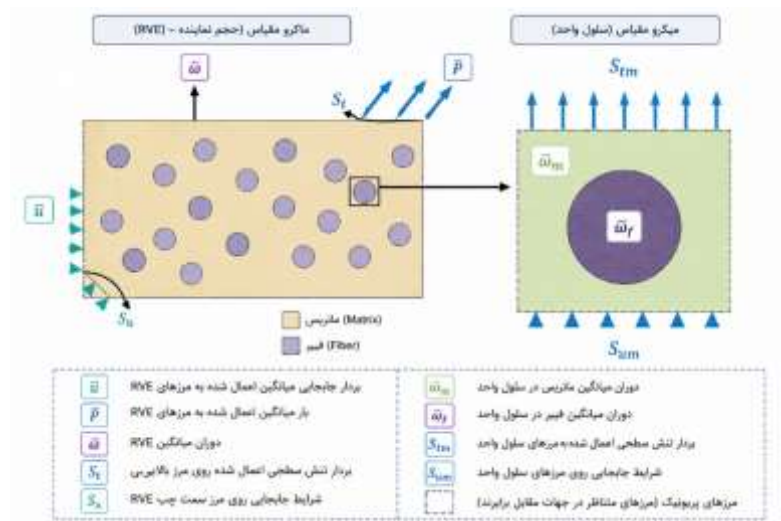
مبتنی بر فرضیات ساده‌کننده‌ای نظیر شکل کروی ذرات و توزیع یکنواخت فازها هستند. در حالی که در مصالح واقعی، به ویژه بتن، سنگدانه‌ها دارای اشکال نامنظم، زبری سطحی و توزیع فضایی پیچیده می‌باشند. مطالعات متعددی نشان داده‌اند که شکل، اندازه، مدول الاستیسیته و درصد حجمی سنگدانه‌ها تأثیر مستقیمی بر مدول الاستیسیته، مقاومت فشاری و رفتار شکست بتن دارند [۲۲-۲۴] پیشرفت توان محاسباتی رایانه‌ها و توسعه روش اجزای محدود امکان مدل‌سازی مستقیم ریزساختار مصالح ناهمگن را فراهم ساخته است. در این رویکرد، به جای استفاده صرف از روابط تحلیلی، هندسه اجزای تشکیل‌دهنده ماده در یک حجم نماینده مدل‌سازی شده و رفتار آن تحت شرایط بارگذاری مختلف مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. این روش به ویژه در تحلیل مصالحی نظیر آسفالت و بتن کاربرد گسترده‌ای یافته است [۲۵-۲۷]. در سال‌های اخیر مدل‌سازی مزومقیاس بتن به یکی از موضوعات مهم پژوهشی تبدیل شده است. هافنر و همکاران [۲۸]، وریگزر و مفتاح [۲۹]، دوپری و همکاران [۳۰]، کامبی-پیرو و همکاران [۳۱] و شاه‌بیک و همکاران [۳۲] مدل‌های مختلفی برای شبیه‌سازی رفتار بتن در مقیاس مزو ارائه کرده‌اند. نتایج این تحقیقات نشان می‌دهد که در نظر گرفتن هندسه واقعی سنگدانه‌ها و ناحیه انتقال بین سنگدانه و خمیر سیمان می‌تواند دقت پیش‌بینی رفتار مکانیکی بتن را به میزان قابل توجهی افزایش دهد. یکی از مفاهیم کلیدی در مدل‌سازی مزومقیاس، حجم نماینده یا RVE است. حجم نماینده کوچک‌ترین حجمی از ماده است که ویژگی‌های آماری و مکانیکی آن نماینده کل محیط محسوب می‌شود [۳۳]. انتخاب ابعاد مناسب RVE تأثیر مستقیمی بر دقت نتایج همگن‌سازی دارد. علاوه بر این، شرایط مرزی اعمال شده بر روی حجم نماینده نیز نقش تعیین‌کننده‌ای در استخراج خواص مؤثر ماده دارد. مطالعات لی و وونگستو [۳۴] و لی [۳۵] نشان داده‌اند که شرایط مرزی پرئودیک نسبت به سایر شرایط مرزی قادر است رفتار واقعی مواد ناهمگن را با دقت بیشتری بازتولید کند. اگرچه تحقیقات متعددی در زمینه مدل‌سازی مزومقیاس بتن انجام شده است، اما بخش عمده این مطالعات بر مدل‌های دوبعدی یا سنگدانه‌های ایده‌آل‌شده متمرکز بوده‌اند. استفاده از مدل‌های دوبعدی قادر به ارائه تمامی ثابت‌های الاستیک مورد نیاز برای توصیف کامل رفتار سه‌بعدی بتن نیست. علاوه بر این، فرض شکل‌های ساده هندسی برای سنگدانه‌ها موجب فاصله گرفتن نتایج از رفتار واقعی بتن می‌شود [۲۸، ۲۹، ۲۴]. از این رو توسعه مدل‌های سه‌بعدی مبتنی بر شکل واقعی سنگدانه‌ها یکی از نیازهای اساسی تحقیقات اخیر در حوزه میکرومکانیک بتن محسوب می‌شود. بر این اساس، پژوهش حاضر با هدف مدل‌سازی سه‌بعدی ریزساختار بتن بر پایه شکل واقعی سنگدانه‌ها و اعمال شرایط مرزی پرئودیک بر روی حجم نماینده انجام شده است. در این مطالعه تلاش شده است تا با استفاده از روش اجزای محدود و فرآیند همگن‌سازی، خواص ارتوتروپیک بتن شامل مدول‌های الاستیسیته، مدول‌های برشی و ضرایب پواسون مؤثر استخراج گردد. انتظار می‌رود نتایج این پژوهش ضمن افزایش شناخت رفتار ریزساختاری بتن، زمینه توسعه مدل‌های دقیق‌تر برای تحلیل و طراحی سازه‌های بتنی را فراهم سازد. **در سال‌های اخیر،**

**مطالعات جدیدی در زمینه مدل‌سازی مزومقیاس بتن، تولید هندسه واقعی یا تصادفی سنگدانه‌ها، تعیین اندازه مناسب RVE و اعمال شرایط مرزی پرئودیک انجام شده است. تیلاکارائنا و همکاران [۳۶] در یک مرور جامع،**

روش‌های تولید هندسه، الگوریتم‌های جانمایی سنگدانه‌ها، قوانین رفتاری فازها و کاربردهای مدل‌سازی مزومقیاس بتن را بررسی کردند. رن و همکاران [۳۷] نیز در یک مرور انتقادی نشان دادند که دقت مدل‌های مزوساختار بتن به پارامترهایی نظیر شکل و دانه‌بندی سنگدانه، درصد حجمی، ITZ، اندازه مدل و شرایط مرزی وابسته است. از سوی دیگر، دنسیویچ و همکاران [۳۸] اثر نوع شرایط مرزی را در همگن‌سازی عددی بتن با عملکرد بالا بررسی کرده و نشان دادند که انتخاب شرایط مرزی می‌تواند مقادیر خواص مؤثر استخراج‌شده را تحت تأثیر قرار دهد. همچنین تیان و همکاران [۳۹] الگوریتمی برای پیاده‌سازی شرایط مرزی پرئودیک در ریزساختارهای پیچیده ارائه کردند که پیوستگی تنش و کرنش را در مرزهای RVE تضمین می‌کند. در زمینه بازسازی ریزساختار واقعی، لو و همکاران [۴۰] با استفاده از تصاویر micro-CT و همگن‌سازی عددی، خواص الاستیک مؤثر بتن فوق‌توانمند را بررسی کردند. استفانو و همکاران [۴۱] نیز با استفاده از بازسازی CT، تغییرات تصادفی خواص الاستیک بتن را در مقیاس سه‌بعدی تحلیل نمودند. علاوه بر این، رن و همکاران [۴۲] یک روش جدید برای تولید و جداسازی سنگدانه‌ها در مدل‌سازی مزوساختار بتن ارائه کردند که در آن کنترل هم‌پوشانی و جانمایی تصادفی سنگدانه‌ها با دقت بیشتری انجام می‌شود. همچنین اشنایدر و همکاران [۴۳] نشان دادند که نحوه برخورد با ذرات قطع‌شده در مرز RVE و پرئودیک‌سازی ریزساختار، بر دقت خواص مؤثر در همگن‌سازی عددی مواد دارای ذرات تقویت‌کننده اثرگذار است. این مطالعات جدید نشان می‌دهند که ترکیب مدل سه‌بعدی RVE، هندسه واقعی سنگدانه‌ها و شرایط مرزی پرئودیک، رویکردی معتبر و به‌روز برای استخراج خواص مکانیکی مؤثر بتن محسوب می‌شود.

## ۲. نظریه همگن‌سازی

به‌منظور مشخص کردن خواص مکانیکی مواد ناهمگن مانند کامپوزیت‌های بتنی، می‌توان از فرآیند همگن‌سازی که در شکل (۱) نشان داده شده است استفاده کرد. برای RVE‌های میکرومکانیکی تولیدشده در این مطالعه، همگن‌سازی یک مرحله ضروری برای استخراج خواص مکانیکی کامپوزیت بتنی است. به طور کلی، برای یک ماده ناهمگن، معادلات تعادل، روابط جابجایی کرنش و قانون تشکیل دهنده به صورت زیر تعریف می‌شوند:



شکل ۱- فرآیند همگن سازی

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0 \text{ in } \bar{\omega} \quad (۱)$$

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \text{ in } \bar{\omega} \quad (۲)$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} e_{kl} \text{ in } \bar{\omega} \quad (۳)$$

و شرایط مرزی عبارتند از:

$$\sigma_{ij} n_j = \bar{P}_i \text{ on } S_t \quad (۴)$$

$$u_i = \bar{u}_i \text{ on } S_u \quad (۵)$$

که در آن  $\bar{\omega}$  حجم کل را نشان می‌دهد،  $f_i$  نشان‌دهنده نیروها در واحد حجم است و  $C_{ijkl}$  ماتریس سختی را نشان می‌دهد.  $\bar{P}_i$  و  $\bar{u}_i$  به ترتیب بیانگر نیروهای خارجی و جابجایی در واحد سطح در مرزهای  $S_t$  و  $S_u$  هستند. بردار نرمال بیرونی روی مرز با  $n_j$  نشان داده می‌شود. همچنین  $\sigma_{ij,j}$  نشان‌دهنده گرادیان تنش است که مشتق  $\sigma_{ij}$  نسبت به جهت  $j$  است. در یک ماده کامپوزیتی ناهمگن مانند بتن، ماتریس سختی می‌تواند در مناطق مختلف ریزساختار تغییر کند و حل معادلات ذکر شده در بالا پیچیده می‌شود. شکل (۱) ناحیه‌ای از یک ریزساختار بتن غیریکنواخت با حجم  $\bar{\omega}$  را نشان می‌دهد که می‌تواند با استفاده از یک سلول واحد با حجم  $\bar{\omega}_e$  نمایش داده شود. توجه داشته باشید که برای سادگی از یک سلول واحد به عنوان RVE استفاده می‌شود.

عبارت  $\bar{\omega}_m$  و  $\bar{\omega}_f$  نشان‌دهنده کسر حجمی ماتریس و الیاف در سلول واحد است و  $\bar{\omega}_e = \bar{\omega}_m \cup \bar{\omega}_f$  حجم کل RVE است. همچنین جابجایی‌ها به ترتیب بر روی مرزهای بیرونی  $S_{tm}$  و  $S_{um}$  هر RVE تجویز می‌شوند.

فرض براین است که برهم کنش بین الیاف و ماتریس کاملاً به هم متصل است. تنش ها و کرنش های متوسط حجمی و رابطه آن ها در یک کامپوزیت ناهمگن به صورت زیر تعریف می شود:

$$\langle e_{ij} \rangle = \frac{1}{|\bar{\omega}_e|} \iint_{\bar{\omega}} e_{ij}^0(x, y) d\bar{\omega}_e = e_{ij}^{(0)} \quad (6)$$

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{|\bar{\omega}_e|} \iint_{\bar{\omega}} \sigma_{ij}^0(x, y) d\bar{\omega}_e = C_{ijkl}^H(e^0) \langle e_{kl} \rangle \quad (7)$$

که در آن  $C_{ijkl}^H$  ماتریس سختی همگن شده، تنش و کرنش یکنواخت به ترتیب با  $\sigma_{ij}^0$  و  $e_{ij}^0$  نشان داده می شوند. برای RVE های سه بعدی، ضرایب  $C_{ijkl}^H$  با اعمال شش ماکروکرنش واحد مستقل، و استفاده از PBC برای شش مورد مستقل محاسبه می شود. در هر مورد، با استفاده از تنش ها و کرنش های میانگین حجم ارزیابی شده، می توان یک ستون ماتریس سختی موثر را با استفاده از موارد زیر محاسبه کرد:

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = C_{ijkl}^H \langle e_{ij} \rangle \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{15} \\ \sigma_{16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ e_{13} \\ e_{14} \\ e_{15} \\ e_{16} \end{bmatrix} \quad (9)$$

ماتریس نرمی  $S_{ijkl}^H$  که شکل معکوس  $C_{ijkl}^H$  است و خواص الاستیک با استفاده از معادلات زیر تعیین می شود:

$$E_{11} = \frac{1}{S_{11}} \quad E_{22} = \frac{1}{S_{22}} \quad E_{33} = \frac{1}{S_{33}} \quad (10)$$

$$G_{23} = \frac{1}{S_{44}} \quad G_{23} = \frac{1}{S_{44}} \quad G_{13} = \frac{1}{S_{55}} \quad (11)$$

$$\nu_{12} = \frac{-S_{12}}{S_{11}} \quad \nu_{21} = \frac{-S_{12}}{S_{22}} \quad \nu_{23} = \frac{-S_{23}}{S_{22}} \quad \nu_{13} = \frac{-S_{13}}{S_{11}} \quad (12)$$

در این مطالعه، تنش‌ها و کرنش‌های حجمی میانگین، یعنی معادله‌ها (۶۱) و (۷)، به‌صورت عددی برای RVE‌ها ارزیابی شدند، و ثابت‌های الاستیک با استفاده از معادلات (۸-۱۲) بدست‌آمده است.

## ۱.۲. فرض رفتار خطی الاستیک فازها و محدودیت‌های آن

در این پژوهش، رفتار مکانیکی تمامی فازهای تشکیل‌دهنده بتن شامل فاز زمینه و سنگدانه‌ها در محدوده تغییر شکل‌های کوچک به صورت خطی الاستیک، همگن و ایزوتروپیک فرض شده است. این فرض به این دلیل انتخاب شده است که هدف اصلی مطالعه حاضر، استخراج خواص مکانیکی مؤثر بتن در محدوده الاستیک اولیه، شامل مدول‌های الاستیسیته، مدول‌های برشی، ضرایب پواسون و ماتریس سختی همگن شده است. در چنین محدوده‌ای، پیش از گسترش قابل توجه ترک‌ها و آسیب‌های داخلی، استفاده از مدل خطی الاستیک برای فازهای تشکیل‌دهنده می‌تواند تقریب مناسبی از پاسخ اولیه بتن ارائه دهد. با این حال، بتن در واقع ماده‌ای شبه‌ترد، ناهمگن و آسیب‌پذیر است و در سطوح بالاتر بارگذاری، رفتار آن تحت تأثیر پدیده‌هایی مانند ریزترک‌خوردگی، جداشدگی در ناحیه بین‌سطحی سنگدانه و خمیر سیمان، نرم‌شوندگی کرنشی، آسیب کششی، خردشدگی فشاری و مکانیزم‌های شکست قرار می‌گیرد. بنابراین، فرض خطی الاستیک نمی‌تواند رفتار غیرخطی بتن، شروع و رشد ترک‌ها، افت سختی، رفتار پس از اوج و مکانیزم‌های خرابی را شبیه‌سازی کند. در مدل حاضر، به‌دلیل تمرکز بر همگن‌سازی الاستیک و استخراج ثابت‌های مکانیکی مؤثر، اثرات غیرخطی، آسیب، پلاستیسیته، ترک‌خوردگی و شکست به صورت صریح لحاظ نشده‌اند. از این رو، نتایج به‌دست‌آمده باید به‌عنوان خواص الاستیک مؤثر بتن در محدوده بارگذاری کوچک تفسیر شوند و استفاده مستقیم از آن‌ها برای پیش‌بینی مقاومت نهایی، رفتار پس از ترک‌خوردگی یا ظرفیت شکست بتن مناسب نیست. برای تحلیل رفتار غیرخطی و مکانیزم‌های خرابی، لازم است در مطالعات آینده از مدل‌های آسیب پیوسته، مدل ترک چسبنده، ناحیه انتقالی مستقل ITZ، معیارهای شکست کششی و فشاری و رفتار غیرخطی خمیر سیمان استفاده شود. با وجود این محدودیت، استفاده از فرض خطی الاستیک در مرحله حاضر قابل توجیه است؛ زیرا بسیاری از روابط همگن‌سازی و استخراج ماتریس سختی مؤثر بر پایه پاسخ الاستیک اولیه ماده تعریف می‌شوند. بنابراین، این فرض امکان مقایسه روشن‌تر اثر شکل واقعی و درصد حجمی سنگدانه‌ها بر خواص مکانیکی مؤثر بتن را فراهم کرده و هزینه محاسباتی مدل‌های سه‌بعدی دارای سنگدانه‌های واقعی و شرایط مرزی پیچیده را در محدوده قابل قبول نگه می‌دارد.

### ۳. مشخصات کلی مدل

#### ۳-۱. مدلسازی و موقعیت سنگدانه‌ها

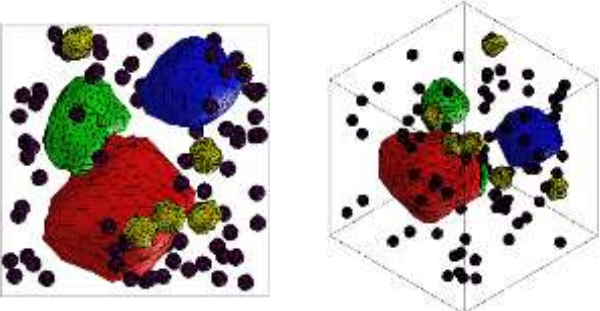
در تعداد بسیار بالایی از تحقیقات انجام شده در ادبیات مهندسی مربوط به موضوع مدلسازی بتن چه به صورت عددی و چه به صورت آزمایشگاهی نحوه‌ی قرارگیری سنگدانه‌های درشت و ریز (شن و ماسه) همواره مورد توجه خاصی بوده است. معمولاً در مدلسازی هندسه بتن، برای بالا بردن حجم محاسبات عددی و زمان و هزینه‌ی محاسبات از مدلسازی سنگدانه‌هایی با قطر کمتر از پنج میلی‌متر خودداری می‌شود، اما در پژوهش حاضر از سنگدانه‌های شن با قطر ۱۹، ۱۲/۷، ۹/۵ و ۴/۷۵ میلی‌متر و سنگدانه‌های ماسه با قطر ۲/۳۶ میلی‌متر استفاده شده است و سنگدانه‌های ماسه با قطر کمتر را، جزء ملات سیمان در نظر گرفته شده است. در بیشتر تحقیقات انجام شده سنگدانه‌ها را به صورت کره و یا بیضوی در نظر می‌گیرند اما در این پژوهش سنگدانه‌ها به صورت شکل واقعی مدلسازی شده‌اند.

#### ۳-۲. ابعاد هندسه مدلسازی

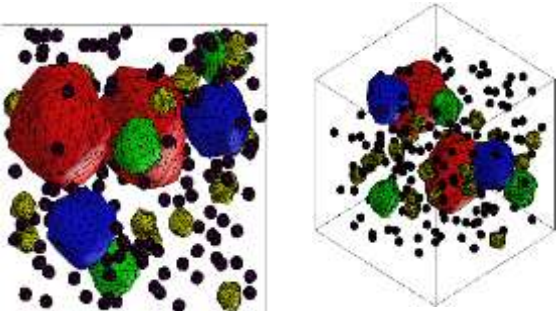
برای بدست آوردن خواص متریال ارتوتروپیک بتن با استفاده از روش میکرومکانیک در ابتدا باید سایز اولیه نمونه را بدست آورد. که این سایز نماینده‌ی المان حجم نمونه بتن یا همان RVE نامیده می‌شود. اندازه‌ی RVE باید به گونه‌ای انتخاب شود که مشخصات همگن مدل مورد نظر از متغیرهای میکروسازه مستقل باشند و دامنه‌ی میکروسازه هم به اندازه‌ی کوچک انتخاب شود که جدایی مقیاس‌ها تضمین شود. برای بدست آوردن سایز اولیه مدلسازی (RVE) در این مقاله ۴ مدلسازی با ابعاد RVE، ۴۰، ۵۰، ۶۰ و ۷۰ میلی‌متر بررسی شده‌اند. که برای ساده‌تر شدن و پایین آمدن حجم محاسباتی، میزان درصد حجمی سنگدانه‌ها برای هر کدام از ابعاد نمونه‌های نام برده شده ۱۰ درصد می‌باشد. و همه سنگدانه‌ها داخل ماتریس ملات بتن قرار دارند. در ادامه جزئیات هر یک از این نمونه‌ها را می‌توان در جدول (۱) مشاهده نمود.

جدول ۱- جزئیات مدل RVE، ۴۰ میلی‌متر

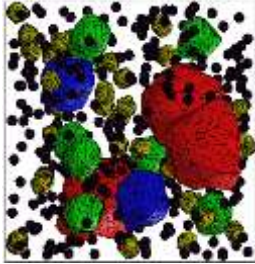
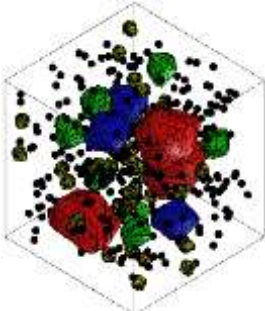
|                                         |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                       |                                                                                       |
|-----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| شکل سنگدانه                             |  |  |  |  |  |
| قطر سنگدانه<br>(میلی‌متر)               | 19                                                                                  | 12.7                                                                                | 9.5                                                                                 | 4.75                                                                                  | 2.36                                                                                  |
| حجم هر<br>سنگدانه<br>(میلی‌متر<br>مکعب) | 3591.18                                                                             | 1072.52                                                                             | 448.922                                                                             | 56.1229                                                                               | 6.68248                                                                               |

|                      |                                                                                    |         |         |          |          |
|----------------------|------------------------------------------------------------------------------------|---------|---------|----------|----------|
| درصد حجمی<br>سنگدانه | 0.05611                                                                            | 0.01676 | 0.01402 | 0.005261 | 0.009397 |
| تعداد هر<br>سنگدانه  | 1                                                                                  | 1       | 2       | 6        | 90       |
| هندسه<br>RVE         |  |         |         |          |          |

جدول ۲- جزئیات مدل RVE ، ۵۰ میلی متر

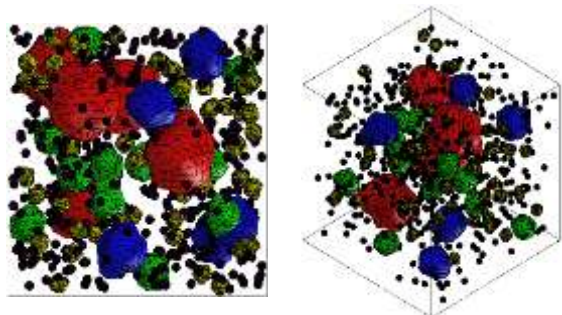
|                                         |                                                                                      |                                                                                    |                                                                                    |                                                                                     |                                                                                      |
|-----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| شکل<br>سنگدانه                          |    |  |  |  |  |
| قطر<br>سنگدانه<br>(میلی متر)            | 19                                                                                   | 12.7                                                                               | 9.5                                                                                | 4.75                                                                                | 2.36                                                                                 |
| حجم هر<br>سنگدانه<br>(میلی متر<br>مکعب) | 3591.18                                                                              | 1072.52                                                                            | 448.922                                                                            | 56.1229                                                                             | 6.68248                                                                              |
| درصد<br>حجمی<br>سنگدانه                 | 0.05745                                                                              | 0.01716                                                                            | 0.01077                                                                            | 0.008082                                                                            | 0.008072                                                                             |
| تعداد هر<br>سنگدانه                     | 2                                                                                    | 2                                                                                  | 3                                                                                  | 18                                                                                  | 151                                                                                  |
| هندسه<br>RVE                            |  |                                                                                    |                                                                                    |                                                                                     |                                                                                      |

جدول ۳- جزئیات مدل RVE ، ۶۰ میلی متر

|                                         |                                                                                                                                                                          |                                                                                   |                                                                                   |                                                                                     |                                                                                     |
|-----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| شکل سنگدانه                             |                                                                                         |  |  |  |  |
| قطر سنگدانه<br>(میلی متر)               | 19                                                                                                                                                                       | 12.7                                                                              | 9.5                                                                               | 4.75                                                                                | 2.36                                                                                |
| حجم هر<br>سنگدانه<br>(میلی متر<br>مکعب) | 3591.18                                                                                                                                                                  | 1072.52                                                                           | 448.922                                                                           | 56.1229                                                                             | 6.68248                                                                             |
| درصد حجمی<br>سنگدانه                    | 0.04988                                                                                                                                                                  | 0.01489                                                                           | 0.01663                                                                           | 0.01039                                                                             | 0.009343                                                                            |
| تعداد هر<br>سنگدانه                     | 3                                                                                                                                                                        | 3                                                                                 | 8                                                                                 | 40                                                                                  | 302                                                                                 |
| هندسه<br>RVE                            |   |                                                                                   |                                                                                   |                                                                                     |                                                                                     |

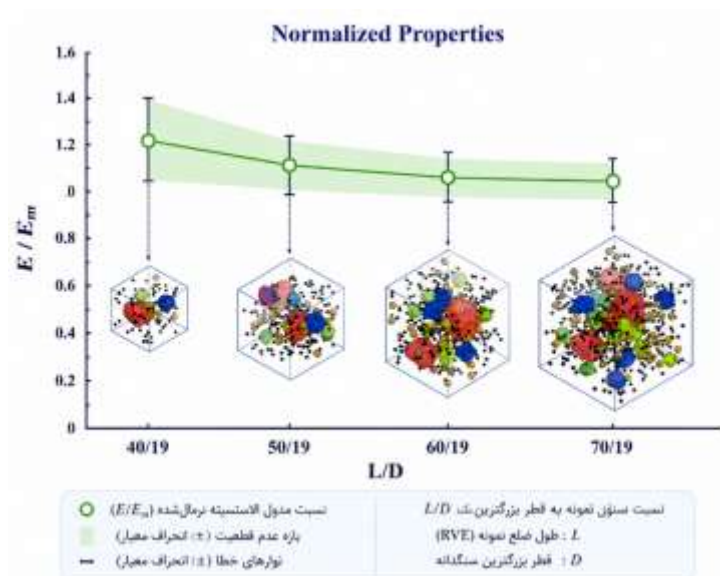
جدول ۴- جزئیات مدل RVE ، ۷۰ میلی متر

|                                         |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                       |                                                                                       |
|-----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| شکل سنگدانه                             |  |  |  |  |  |
| قطر سنگدانه<br>(میلی متر)               | 19                                                                                  | 12.7                                                                                | 9.5                                                                                 | 4.75                                                                                  | 2.36                                                                                  |
| حجم هر<br>سنگدانه<br>(میلی متر<br>مکعب) | 3591.18                                                                             | 1072.52                                                                             | 448.922                                                                             | 56.1229                                                                               | 6.68248                                                                               |
| درصد حجمی                               | 0.05235                                                                             | 0.0563                                                                              | 0.01570                                                                             | 0.009163                                                                              | 0.008572                                                                              |

|                  |                                                                                    |   |    |    |     |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------|---|----|----|-----|
| سنگدانه          |                                                                                    |   |    |    |     |
| تعداد هر سنگدانه | 5                                                                                  | 5 | 12 | 56 | 440 |
| هندسه RVE        |  |   |    |    |     |

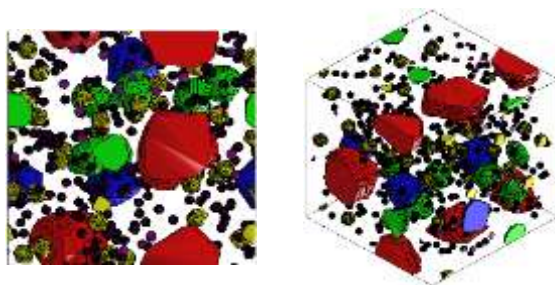
### ۳.۳. نمودار RVE

با توجه به مدل سازی های انجام شده در بخش قبلی، و بدست آوردن خروجی های خواص متریال که در ادامه به صورت کامل توضیح داده خواهند شد، باید نموداری ترسیم نماییم که نشان دهنده ی این باشد که سایز اولیه RVE به درستی انتخاب شده است. با توجه شکل (۲) که محور قائم آن خواص نرمال شده  $(\frac{E}{E_m})$  و محور افقی آن نسبت طول RVE به قطر بزرگترین سنگدانه  $(\frac{L}{D})$  می باشد، می توان مشاهده کرد که نمودار در نسبت طول به قطر  $(\frac{L}{D} = \frac{60}{19})$  همگرا شده است که این موضوع نشان دهنده ی آن است که سایز اولیه RVE، ۶۰ میلی متر می باشد.

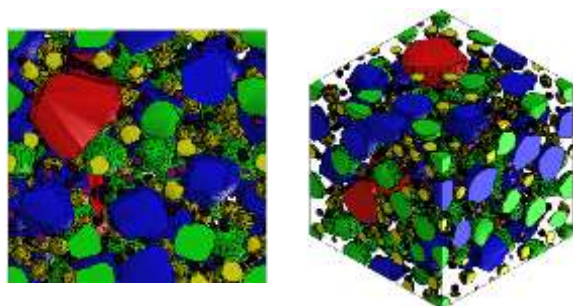


شکل ۲- نتایج مطالعه اندازه RVE

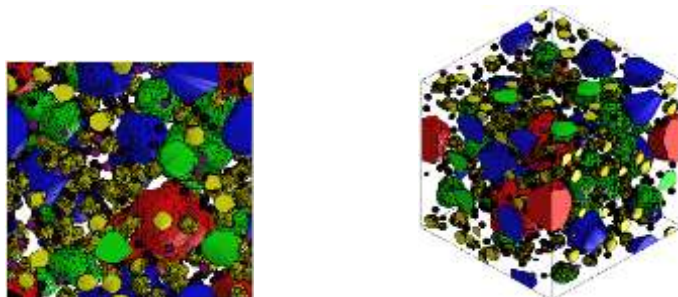
در شکل (۲) برای لحاظ کردن میزان خطای موجود برای هر سایز ۳ مدل سازی انجام شده است و حد میانگین و حد بالا و پایین در نظر گرفته شده است. بنابراین با توجه به نمودار ترسیم شده سایز اولیه RVE ، ۶۰ میلی متر در نظر گرفته شده و ادامه تحلیل و مدل سازی با سایز ۶۰ میلی متر انجام می گیرد. در این پژوهش هندسه RVE به صورت کاملاً پرئودیک (متناوب) در نظر گرفته شده است و نشان دهندهی آن می باشد که یک هندسه واقعی از یک تیر بتنی مورد بررسی قرار گرفته است که این موضوع میزان خطا را در بدست آوردن خواص ارتوتروپیک ، کامپوزیت بتنی کاهش می دهد. در شکل های (۳-۶) می توان هندسه RVE با درصد حجمی سنگدانه ۱۰٪ ، ۲۰٪ ، ۳۰٪ و ۴۰ درصد را مشاهده نمود.



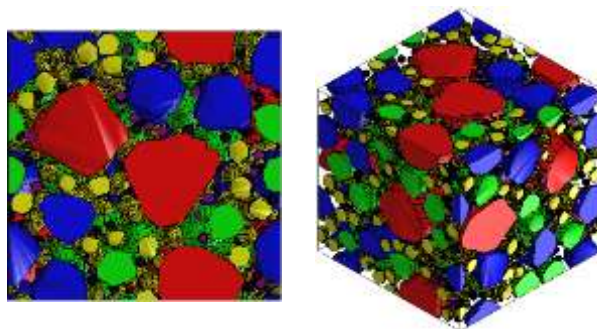
شکل ۳- هندسه RVE با درصد حجمی سنگدانه ۱۰٪



شکل ۴- هندسه RVE با درصد حجمی سنگدانه ۲۰٪



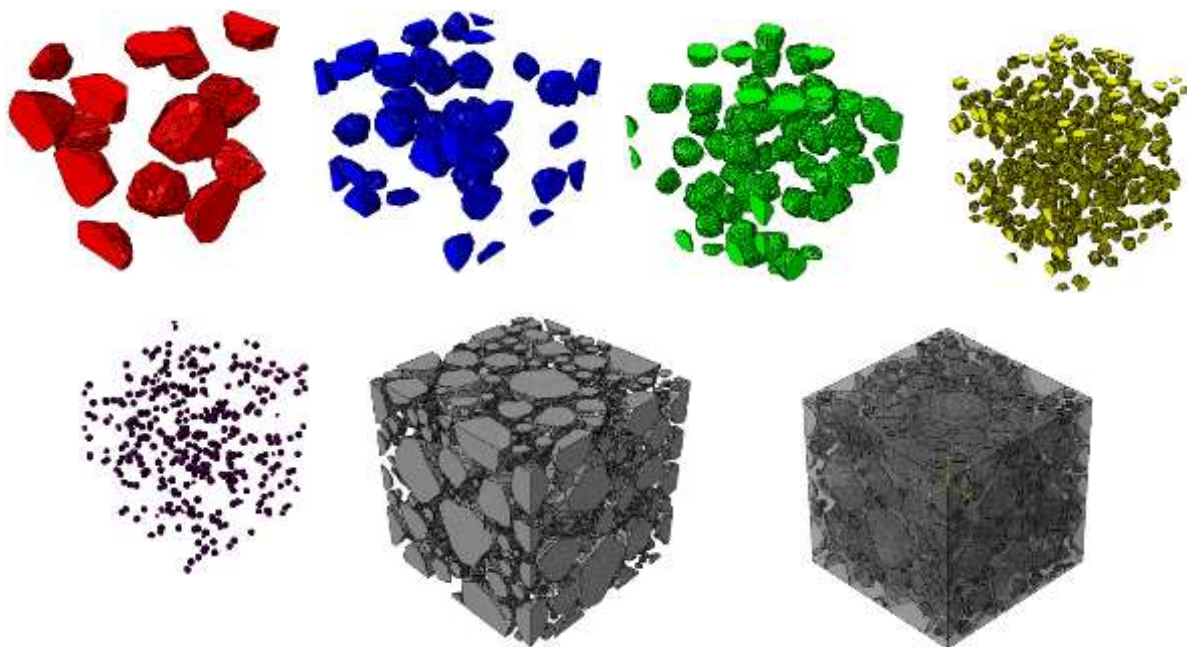
شکل ۵- هندسه RVE با درصد حجمی سنگدانه ۳۰٪



شکل ۶- هندسه RVE با درصد حجمی سنگدانه ۴۰٪

### ۴.۳. مدل سازی المان محدود

در این پژوهش کلیه Part های مدل سازی مانند سنگدانه های شن، ماسه و ملات سیمان مدل سازی شده و به صورت کد وارد نرم افزار Abaqus شده است. در شکل (۷) می توان هندسه مدلسازی ها را برای RVE با درصد حجمی سنگدانه های ۴۰ درصد را مشاهده نمود.



شکل ۷- هندسه RVE با درصد حجمی سنگدانه ۴۰٪

### ۵.۳. مش پرئودیک

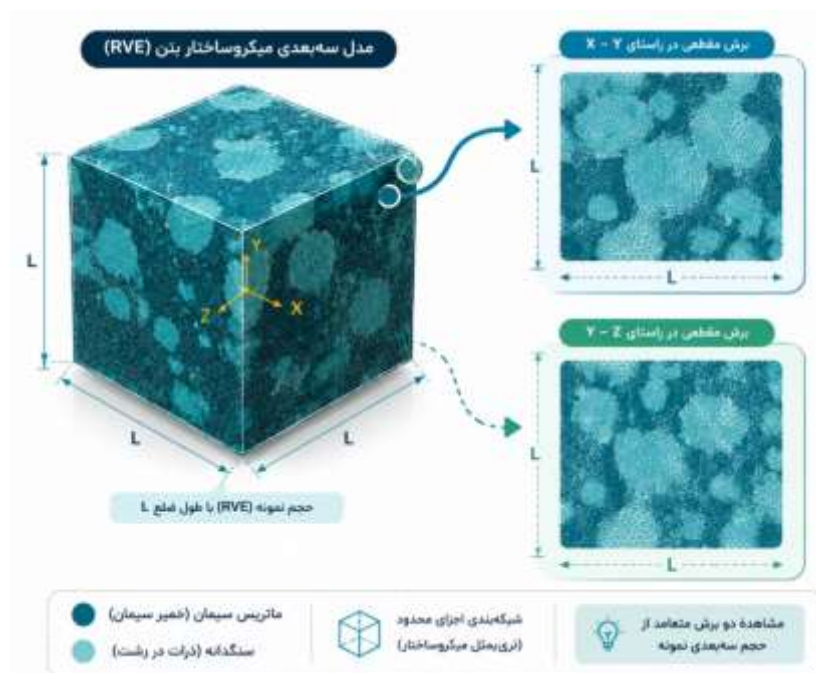
با توجه به پیچیدگی‌های تحلیل در این پژوهش به سادگی نمی‌توان مراحل اعمال مش را در نرم‌افزار آباکوس انجام داد، هندسه RVEها برای درصد حجمی سنگدانه‌های بالا بسیار پیچیده خواهد بود، بنابراین استفاده از المان شش وجهی با تکنیک مش‌زنی پیش‌ساخته یا جاروب نمی‌تواند انجام شود. بنابراین، برای پیاده‌سازی مش، یک ماژول کپی مش در آباکوس با استفاده از اسکریپت‌نویسی پایتون سفارشی برای این منظور با استفاده از المان ساختگی، و به دنبال آن مش‌بندی حجم متریک نهایی با المان چهار وجهی سه‌بعدی گسترش یافت. که این نوع مش باید کاملاً به صورت پرئودیک اعمال شود. به همین منظور هندسه مدل‌سازی نیز باید به صورت پرئودیک مدل‌سازی شود که این مهم نیز در بخش قبلی کاملاً به صورت پرئودیک انجام شده است. الگوریتم کدنویسی مش پرئودیک را می‌توان در شکل (۸) مشاهده نمود.



شکل ۸- فلوچارت ماژول کپی‌مش و تکنیک المان ساختگی برای تولید مش متشابه در جوه روبروی هم برای RVEهای سه بعدی پرئودیک (متناوب)

شکل (۹) نمونه‌ای از الگوی مش مشابه را در سطوح خارجی متناظر یک RVE سه‌بعدی نشان می‌دهد. در چندین مطالعه گزارش شده است که تولید الگوهای مش منطبق برای RVEهای سه‌بعدی با نرم‌افزارهای تجاری مختلف FE غیرعملی است، که این مهم در این پژوهش با استفاده از گسترش ماژول مش کپی در

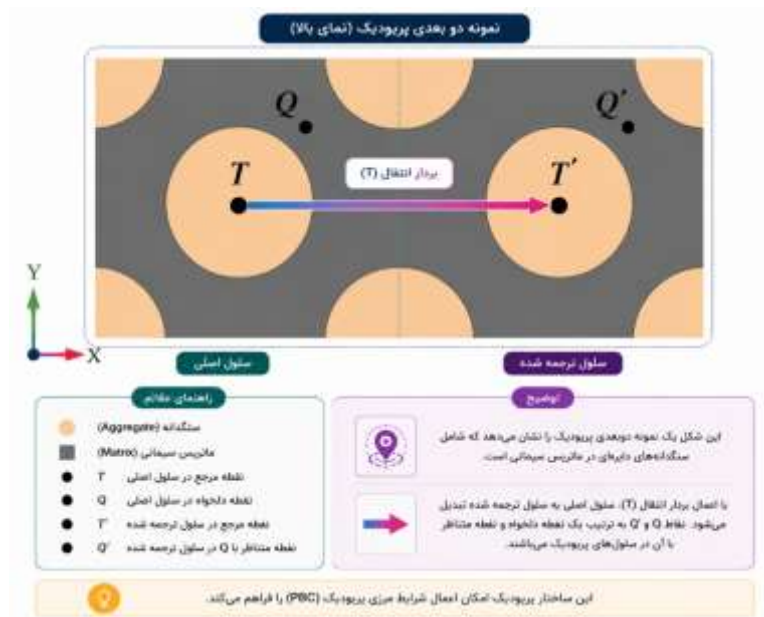
آباکوس و استفاده از تکنیک المان ساختمانی و متعاقب آن استفاده از معادلات محدودیت، برای اعمال شرایط- مرزی برای RVE های سه بعدی در این مطالعه به صورت کامل پیاده سازی شده است. همانطور که در شکل (۱۴) مشاهده می شود، به دلیل ساختار پیچیده میکروساختار، اجرای تکنیک مش بندی توسعه یافته مستلزم یک شبکه المان بسیار کوچک است، با این حال، این یک محدودیت برای مواد مورد مطالعه در این پژوهش نبوده است.



شکل ۹- الگوی مش سه بعدی یکسان، سطوح روبروی هم تولید شده برای RVE

### ۶.۳. شرایط مرزی پر یودیک (PBC)

RVE های سه بعدی تولید شده، متعاقباً با استفاده از الگوریتم های پایتون سفارشی برای پیش بینی پردازش بیشتر قبل از تجزیه و تحلیل، در نرم افزار آباکوس پیاده سازی شدند. به منظور اعمال شرایط مرزی پر یودیک برای RVE های تولید شده، یک المان ساختمانی و تکنیک کپی مش که در بخش قبلی در نرم افزار آباکوس توسعه داده شد استفاده شده است. شرایط مرزی با استفاده از تقارن انتقالی به دست آمده به RVE ها اعمال شده است. بر اساس شکل (۱۰) شرایط مرزی را می توان به صورت زیر تعریف کرد:



شکل ۱۰- RVE پریودیک که در آن نقاط  $\bar{Q}$  و  $\bar{T}$  نقاط تصویر  $Q$  و  $T$  در RVE مجاور هستند

$$u_{Q'} - u_{T'} = u_Q - u_T \quad (13)$$

$$v_{Q'} - v_{T'} = v_Q - v_T \quad (14)$$

$$w_{Q'} - w_{T'} = w_Q - w_T \quad (15)$$

که در آن  $u$ ،  $v$  و  $w$  به ترتیب جابجایی در جهت‌های  $x$ ،  $y$  و  $z$  هستند. این معادلات را می‌توان به صورت زیر بازآرایی کرد:

$$u_{Q'} - u_Q = u_{T'} - u_T \quad (16)$$

$$v_{Q'} - v_Q = v_{T'} - v_T \quad (17)$$

$$w_{Q'} - w_Q = w_{T'} - w_T \quad (18)$$

رابطه بین شش کرنش مستقل ماکروسکوپیک  $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz})$  را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$u' - u = (x' - x)\varepsilon_x + (y' - y)\varepsilon_{xy} + (z' - z)\varepsilon_{xz} \quad (19)$$

$$v' - v = (y' - y)\varepsilon_{xy} + (z' - z)\varepsilon_{yz} \quad (20)$$

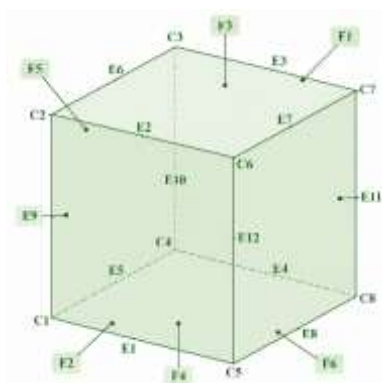
که در آن  $x'$ ،  $y'$  و  $z'$  مختصات نقطه  $Q'$  و  $T'$  هستند. این معادلات را می‌توان به شکل تبدیل‌های تقارن انتقالی  $A$ ،  $B$  و  $Z$  نوشت که  $i$ ،  $j$  و  $k$  به ترتیب تعداد دوره‌های RVE را در جهت‌های  $x$ ،  $y$  و  $z$  نشان می‌دهند.

$$(x' - x) = A(i, j, k) = 2ai \quad (21)$$

$$(y' - y) = B(i, j, k) = 2bj \quad (22)$$

$$(z' - z) = C(i, j, k) = 2ck \quad (23)$$

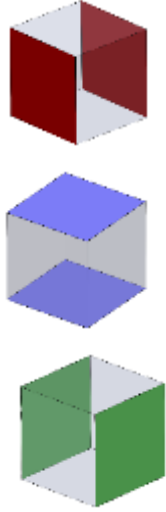
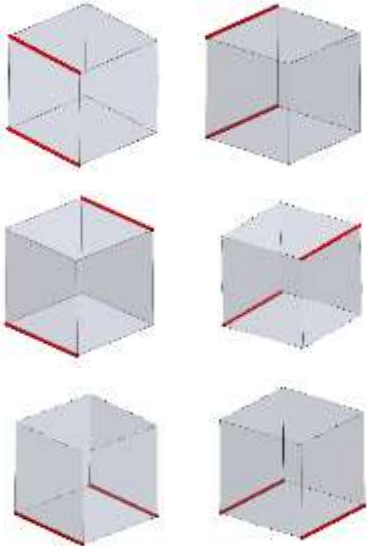
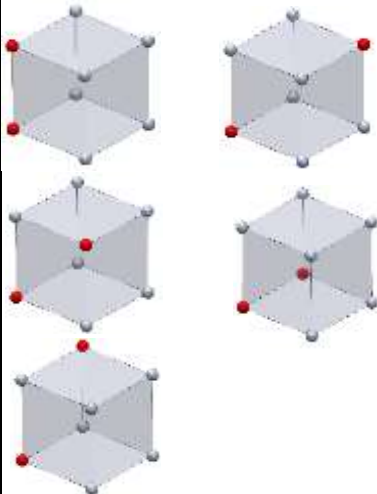
که در آن  $2a$ ،  $2b$  و  $2c$  به ترتیب عرض، ارتفاع و عمق RVE هستند. با استفاده از این معادلات و جایگزینی مقادیر برای  $i, j, k$  شرایط مرزی دوره‌ای در ۸ گوشه، ۱۲ لبه و ۶ وجه شکل (۱۱) RVE را می‌توان اعمال کرد. این روابط در جدول (۵) آورده شده است.



شکل ۱۱- برچسب‌های سه‌بعدی RVE، گوشه‌ها، لبه‌ها و وجه‌ها برای اعمال شرایط مرزی PBC

با توجه به پیچیدگی‌های موجود در این پژوهش به سادگی نمی‌توان این شرایط مرزی پریودیک را اعمال کرد و نیازمند نوشتن کد اسکریپت‌نویسی به زبان پایتون است. این اسکریپت باید به گونه‌ای نوشته شود که برای هر گره (Node) موجود در گوشه‌ها، لبه‌ها و سطوح‌ها، معادلاتی که در جدول (۵) معرفی شده‌اند پیاده‌سازی شود. و از آنجایی که تعداد این گره‌ها بسیار زیاد است و برای هر گره باید سه معادله نوشته شود این کار به صورت دستی امری بسیار دشوار و غیرممکن است به همین دلیل نیازمند نوشتن کد اسکریپت است. الگوریتم کد اسکریپت برای شرایط مرزی پریودیک را می‌توان در شکل (۱۲) مشاهده نمود. از آنجایی که ۶ جهت بارگذاری در راستای  $X$ ،  $Y$ ،  $Z$ ،  $XY$ ،  $XZ$ ،  $YZ$  اعمال می‌شود به همین منظور باید ۶ کد اسکریپت برای اعمال این بارگذاری‌ها نوشته شود و به هندسه RVE اعمال گردد.

جدول ۵- معادلات PBC برای گوشه‌ها، لبه‌ها و وجه‌های RVE سه‌بعدی

|                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                      |
|--------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| Face                           | $  \begin{aligned}  i &= 1, j = 0, k = 0 \\  u_{F2} - u_{F1} &= 2a\varepsilon_x \\  v_{F2} - v_{F1} &= 0 \\  w_{F2} - w_{F1} &= 0 \\  i &= 0, j = 1, k = 0 \\  u_{F4} - u_{F3} &= 2b\varepsilon_{xy} \\  v_{F4} - v_{F3} &= 2b\varepsilon_y \\  w_{F4} - w_{F3} &= 0 \\  i &= 0, j = 0, k = 1 \\  u_{F6} - u_{F5} &= 2c\varepsilon_{xz} \\  v_{F6} - v_{F5} &= 2c\varepsilon_{yz} \\  w_{F6} - w_{F5} &= 2c\varepsilon_z  \end{aligned}  $                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |   |
| Edges (E1-E4)<br>Edges (E5-E6) | $  \begin{aligned}  i &= 0, j = 1, k = 0 \\  u_{E2} - u_{E1} &= 2a\varepsilon_{xy} \\  v_{E2} - v_{E1} &= 2b\varepsilon_y \\  w_{E2} - w_{E1} &= 0 \\  i &= 1, j = 1, k = 0 \\  u_{E3} - u_{E1} &= 2a\varepsilon_x + 2b\varepsilon_{xy} + 2c\varepsilon_{xz} \\  v_{E3} - v_{E1} &= 2b\varepsilon_y + 2c\varepsilon_{yz} \\  w_{E3} - w_{E1} &= 0 \\  i &= 1, j = 0, k = 0 \\  u_{E4} - u_{E1} &= 2a\varepsilon_x \\  v_{E4} - v_{E1} &= 0 \\  w_{E4} - w_{E1} &= 0  \end{aligned}  $ $  \begin{aligned}  i &= 0, j = 1, k = 0 \\  u_{E6} - u_{E5} &= 2b\varepsilon_{xy} \\  v_{E6} - v_{E5} &= 2b\varepsilon_y \\  w_{E6} - w_{E5} &= 0 \\  i &= 0, j = 1, k = 1 \\  u_{E7} - u_{E5} &= 2a\varepsilon_{xy} + 2c\varepsilon_z \\  v_{E7} - v_{E5} &= 2b\varepsilon_y + 2c\varepsilon_{yz} \\  w_{E7} - w_{E5} &= 2c\varepsilon_z \\  i &= 0, j = 0, k = 1 \\  u_{E8} - u_{E5} &= 2c\varepsilon_{xz} \\  v_{E8} - v_{E5} &= 2c\varepsilon_{yz} \\  w_{E8} - w_{E5} &= 2c\varepsilon_z  \end{aligned}  $ |  |
| Corners                        | $  \begin{aligned}  i &= 0, j = 1, k = 0 \\  u_{C2} - u_{C1} &= 2b\varepsilon_{xy} + 2c\varepsilon_{xz} \\  v_{C2} - v_{C1} &= 2b\varepsilon_y + 2c\varepsilon_{yz} \\  w_{C2} - w_{C1} &= 0 \\  i &= 0, j = 1, k = 1 \\  u_{C6} - u_{C1} &= 2b\varepsilon_{xy} + 2c\varepsilon_{xz} \\  v_{C6} - v_{C1} &= 2b\varepsilon_y + 2c\varepsilon_{yz} \\  w_{C6} - w_{C1} &= 2c\varepsilon_z \\  i &= 1, j = 1, k = 0 \\  u_{C3} - u_{C1} &= 2a\varepsilon_x + 2b\varepsilon_{xy} \\  v_{C3} - v_{C1} &= 2b\varepsilon_y \\  w_{C3} - w_{C1} &= 0  \end{aligned}  $ $  \begin{aligned}  i &= 0, j = 0, k = 1 \\  u_{C7} - u_{C1} &= 2a\varepsilon_x + 2b\varepsilon_{xy} + 2c\varepsilon_{xz} \\  v_{C7} - v_{C1} &= 2b\varepsilon_y + 2c\varepsilon_{yz} \\  w_{C7} - w_{C1} &= 2c\varepsilon_z \\  i &= 1, j = 0, k = 0 \\  u_{C4} - u_{C1} &= 2a\varepsilon_x \\  v_{C4} - v_{C1} &= 0 \\  w_{C4} - w_{C1} &= 0  \end{aligned}  $                                                                        |  |

با توجه به پیچیدگی‌های موجود در این پژوهش به سادگی نمی‌توان این شرایط مرزی پررودیک را اعمال کرد و نیازمند نوشتن کد اسکریپت‌نویسی به زبان پایتون است. این اسکریپت باید به گونه‌ای نوشته شود که برای هر گره (Node) موجود در گوشه‌ها، لبه‌ها و سطح‌ها، معادلاتی که در جدول (۵) معرفی شده‌اند پیاده‌سازی شود. و از آنجایی که تعداد این گره‌ها بسیار زیاد است و برای هر گره باید سه معادله نوشته شود این کار به صورت دستی امری بسیار دشوار و غیرممکن است به همین دلیل نیازمند نوشتن کد اسکریپت است. الگوریتم کد اسکریپت برای شرایط مرزی پررودیک را می‌توان در شکل (۱۲) مشاهده نمود. از آنجایی که ۶ جهت بارگذاری در راستای  $X$ ،  $Y$ ،  $Z$ ،  $XY$ ،  $XZ$ ،  $YZ$  اعمال می‌شود به همین منظور باید ۶ کد اسکریپت برای اعمال این بارگذاری‌ها نوشته شود و به هندسه RVE اعمال گردد.



شکل ۱۲- الگوریتم اعمال شرایط مرزی پررودیک

### ۷.۳. اعتبارسنجی مدل با روابط تحلیلی

به منظور ارزیابی دقت و صحت‌سنجی کدهای توسعه‌یافته و فرآیند همگن‌سازی عددی، نتایج حاصل از مدل‌سازی RVE با کران‌های تحلیلی کلاسیک (مدل‌های وویگت و رئوس) و همچنین مدل نیمه‌تجربی هیرش (Hirsch) مقایسه گردید. کران بالای وویگت ( $E_v$ ) نشان‌دهنده رفتار مصالح در حالت اتصال موازی و کران پایین رئوس ( $E_R$ ) نشان‌دهنده اتصال متوالی فازها می‌باشد. معادلات این دو کران به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$E_v = V_a E_a + V_m E_m \quad (24)$$

$$E_R = \frac{1}{\frac{V_a}{E_a} + \frac{V_m}{E_m}} \quad (25)$$

مدل هیرش نیز با استفاده از یک پارامتر تجربی ( $x$ ) که معمولاً برای بتن معمولی در حدود ۰,۳ در نظر گرفته می‌شود، ترکیبی از این دو کران را به صورت زیر ارائه می‌دهد:

$$E_H = xE_V + (1 - x)E_R \quad (۲۶)$$

در جدول ۶، مقادیر مدول الاستیسیته به دست آمده از این روش‌های تحلیلی با میانگین مدول الاستیسیته استخراج شده از مدل‌های عددی پژوهش حاضر ( $E_{num}$ ) در درصد‌های حجمی مختلف مقایسه شده‌اند.

جدول ۶- صحت‌سنجی مقادیر مدول الاستیسیته عددی با مدل‌های تحلیلی

| درصد خطای مدل عددی با رابطه هیرش | مدل عددی پژوهش حاضر ( $E_{num}$ ) | مدل هیرش با $x=0.3$ ( $E_S$ ) | کران پایین رئوس ( $E_R$ ) | کران بالای وویگت ( $E_V$ ) | درصد حجمی سنگدانه (%) |
|----------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------|---------------------------|----------------------------|-----------------------|
| 4.6%                             | 21.53                             | 22.57                         | 21.54                     | 25.00                      | 10                    |
| 3.0%                             | 24.55                             | 25.33                         | 23.33                     | 30.00                      | 20                    |
| 0.8%                             | 28.08                             | 28.31                         | 25.45                     | 35.00                      | 30                    |
| 0.5%                             | 31.76                             | 31.60                         | 28.00                     | 40.00                      | 40                    |

نتایج نشان می‌دهد که در درصد‌های حجمی پایین (مانند ۱۰ درصد)، که سنگدانه‌ها به صورت پراکنده و منزوی در ماتریس خمیر سیمان قرار دارند، رفتار مکانیکی کامپوزیت بسیار به کران پایین رئوس (21.54 GPa) نزدیک است. با افزایش درصد حجمی سنگدانه‌ها و ایجاد پدیده قفل‌وشدگی و انتقال بار مستقیم بین ذرات سخت، رفتار بتن به تدریج از کران پایین فاصله گرفته و به سمت کران بالا میل می‌کند. در درصد حجمی ۴۰ درصد (که مشابه یک طرح اختلاط بتن معمولی است)، مدل عددی توسعه‌یافته (31.76 GPa) با دقت بسیار بالایی (کمتر از ۰,۵ درصد خطا) بر مدل هیرش (31.60 GPa) منطبق است. این همگرایی عالی، صحت چارچوب همگن‌سازی عددی، تولید هندسه نامنظم سنگدانه‌ها و الگوریتم اعمال شرایط مرزی دوره‌ای (PBC) را به طور کامل اعتبارسنجی می‌نماید.

#### ۴. نتایج

##### ۱,۴. سهم خواص مکانیکال ماتریس خمیر و سنگدانه:

در این پژوهش، بتن به صورت یک ماده مرکب چندفازی شامل فاز زمینه، فاز سنگدانه و در صورت لحاظ شدن، ناحیه انتقالی بین خمیر سیمان و سنگدانه در نظر گرفته شده است. فاز زمینه شامل خمیر/ملات سیمان بوده و سنگدانه‌ها به عنوان فاز تقویت کننده درون آن توزیع شده‌اند. به منظور تمرکز بر اثر شکل واقعی و درصد حجمی سنگدانه‌ها بر خواص مکانیکی مؤثر بتن، رفتار تمامی فازها در محدوده تغییر شکل‌های کوچک به صورت خطی الاستیک، همگن و ایزوتروپیک فرض شده است. بر این اساس، برای تعریف خواص هر فاز در نرم افزار آباکوس دو پارامتر مدول الاستیسیته و نسبت پواسون وارد شده و سایر ثابت‌های الاستیک از روابط مکانیک محیط‌های پیوسته محاسبه شده‌اند. جدول زیر خواص مکانیکی فازهای تشکیل دهنده مورد استفاده در مدل عددی را نشان می‌دهد.

جدول ۷: سهم خواص مکانیکال ماتریس خمیر، سنگدانه

| فاز تشکیل دهنده                                          | نقش در مدل      | مدول الاستیسیته E | نسبت پواسون $\nu$ | مدول برشی G | توضیح                                                 |
|----------------------------------------------------------|-----------------|-------------------|-------------------|-------------|-------------------------------------------------------|
| خمیر/ملات سیمان                                          | فاز زمینه       | 20 GPa            | 0.20              | 8.33 GPa    | شامل خمیر سیمان و ذرات ریزتر از اندازه مدل شده        |
| سنگدانه درشت و ریز مدل شده                               | فاز تقویت کننده | 70 GPa            | 0.20              | 29.17 GPa   | مناسب برای سنگدانه‌های طبیعی سخت مانند سیلیسی/گرانیتی |
| ناحیه انتقالی بین سنگدانه و خمیر سیمان، در صورت مدل سازی | فاز بین سطحی    | 14 GPa            | 0.20              | 5.83 GPa    | حدود 70 درصد سختی فاز خمیر/ملات سیمان                 |

##### ۲,۴. تعیین تکلیف ناحیه انتقالی بین سنگدانه و خمیر سیمان

در بتن واقعی، ناحیه انتقالی بین سنگدانه و خمیر سیمان، به عنوان لایه‌ای نازک در اطراف سنگدانه‌ها شناخته می‌شود که معمولاً دارای تخلخل بیشتر، چسبندگی کمتر و سختی پایین تر نسبت به خمیر سیمان است. این ناحیه می‌تواند بر رفتار مکانیکی بتن، به ویژه در رفتار غیرخطی، شروع ترک خوردگی و مکانیزم‌های شکست، اثرگذار باشد. با این حال، در پژوهش حاضر ناحیه انتقالی بین سنگدانه و خمیر سیمان به صورت یک فاز مستقل مدل سازی نشده است.

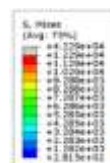
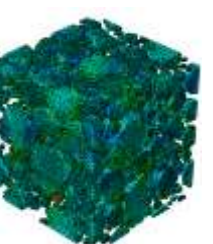
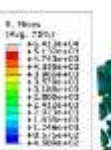
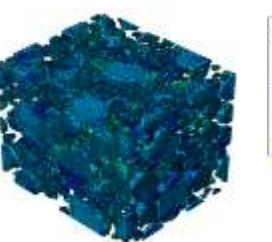
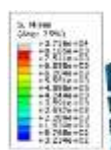
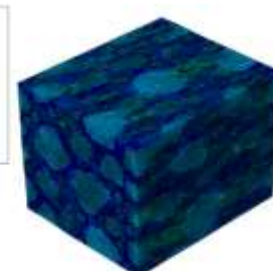
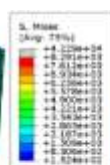
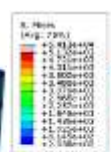
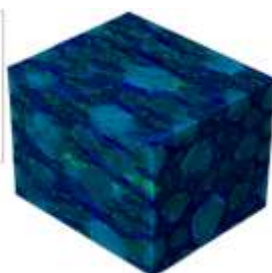
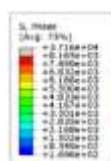
دلیل اصلی این انتخاب، تمرکز پژوهش بر استخراج خواص الاستیک مؤثر بتن با استفاده از هندسه واقعی سنگدانه‌ها و شرایط مرزی پرودیک است. از آنجا که ضخامت ناحیه انتقالی بین سنگدانه و خمیر سیمان در مقایسه با ابعاد RVE و اندازه سنگدانه‌ها بسیار کوچک است، مدل‌سازی صریح آن در یک مدل سه‌بعدی شامل تعداد زیاد سنگدانه با شکل واقعی، موجب افزایش شدید تعداد المان‌ها، پیچیدگی مش‌بندی، دشواری اعمال شرایط مرزی پرودیک و افزایش هزینه محاسباتی می‌شود. بنابراین در این مطالعه، اثر ناحیه انتقالی بین سنگدانه و خمیر سیمان به‌صورت ضمنی در خواص فاز زمینه، یعنی خمیر/مالات سیمان، لحاظ شده است. در این مدل، فاز زمینه به‌عنوان محیط پیوسته‌ای در نظر گرفته شده که علاوه بر خمیر سیمان، اثر ذرات ریزتر از اندازه مدل‌شده و ناحیه انتقالی اطراف سنگدانه‌ها را نیز به‌صورت معادل در خود دارد. بنابراین بتن در مدل عددی حاضر به‌صورت یک کامپوزیت دو فازی شامل سنگدانه‌های واقعی و فاز زمینه معادل مدل‌سازی شده است. این فرض برای تحلیل خطی الاستیک و هدف اصلی پژوهش، یعنی بررسی اثر شکل و درصد حجمی سنگدانه‌ها بر خواص مکانیکی مؤثر بتن، قابل قبول است.

با این وجود، حذف مدل‌سازی صریح ناحیه انتقالی بین سنگدانه و خمیر سیمان یکی از محدودیت‌های پژوهش حاضر محسوب می‌شود. انتظار می‌رود در تحلیل‌های غیرخطی، بررسی ترک‌خوردگی، آسیب، شکست و رفتار پس از اوج، لحاظ نمودن ناحیه انتقالی بین سنگدانه و خمیر سیمان به‌عنوان یک فاز مستقل اهمیت بیشتری داشته باشد. از این‌رو، در مطالعات آینده می‌توان با تعریف یک لایه بین‌سطحی ضعیف‌تر در اطراف سنگدانه‌ها و اختصاص خواص مکانیکی مستقل به آن، اثر ناحیه انتقالی بین سنگدانه و خمیر سیمان را بر خواص مؤثر و رفتار خرابی بتن بررسی کرد.

### ۳,۴. مشخصات تنش برای RVE

در شکل (۱۳) می‌توان خروجی‌های تنش را برای RVE، ۶۰ میلی‌متری با درصد حجمی سنگدانه ۴۰ درصد را برای ۶ جهت بارگذاری مشاهده کرد.

بارگذاری در جهت X



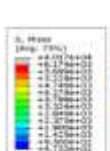
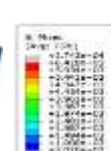
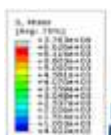
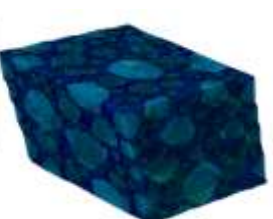
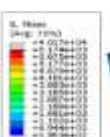
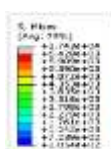
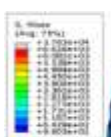
بارگذاری در جهت Y

بارگذاری در جهت Z

بارگذاری در جهت X Z

بارگذاری در جهت Y X

بارگذاری در جهت Y Z



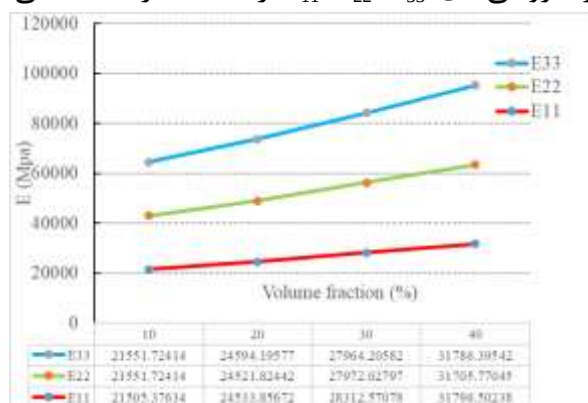
شکل ۱۳- خروجی‌های تنش برای RVE، ۶۰ میلی‌متری با درصد حجمی سنگدانه ۴۰ درصد

برای نمونه خواص متریال ارتوتروپیک بتن برای RVE، ۶۰ میلی‌متر با درصد حجمی سنگدانه ۴۰ درصد استخراج می‌شود. تنش‌ها و کرنش‌های حجمی میانگین، به صورت عددی برای RVEها ارزیابی شدند، و ثابت‌های الاستیک بدست‌آمده است. می‌توان این خروجی‌ها را مشاهده نمود.

(۲۷)

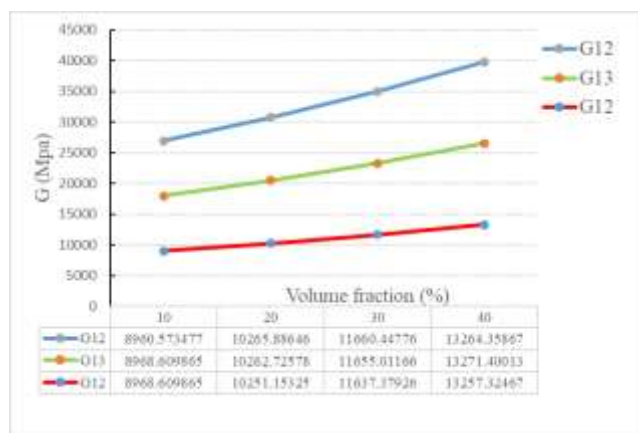
$$Compliance\ matrix = 10^{-4} \begin{bmatrix} 0.3145 & -0.0619 & -0.0616 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0619 & 0.3154 & -0.0619 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0616 & -0.0619 & 0.3146 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.7539 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.7535 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.7543 \end{bmatrix}$$

در شکل (۱۴) می‌توان نمودار خروجی‌های  $E_{11}, E_{22}, E_{33}$  را نسبت درصد حجمی سنگدانه‌ها مشاهده نمود.



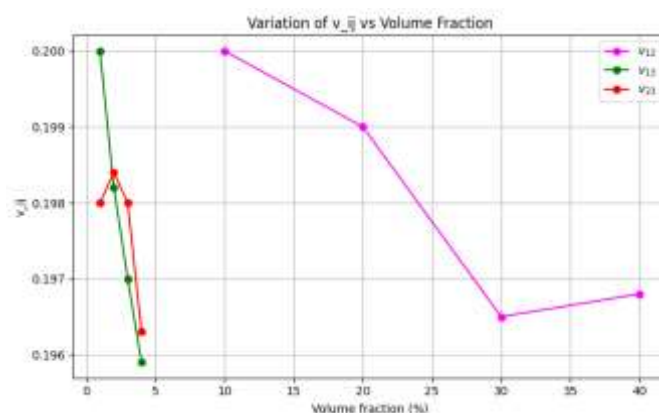
شکل (۱۴) نمودار  $E_{11}, E_{22}, E_{33}$  نسبت به درصد حجمی سنگدانه‌ها

در شکل (۱۵) می‌توان نمودار خروجی‌های  $G_{12}, G_{13}, G_{23}$  را نسبت درصد حجمی سنگدانه‌ها مشاهده نمود.



شکل (۱۵) نمودار  $G_{12}, G_{13}, G_{23}$  نسبت به درصد حجمی سنگدانه‌ها

در شکل (۱۶) می‌توان نمودار خروجی‌های  $v_{12}$ ،  $v_{13}$ ،  $v_{23}$  را نسبت درصد حجمی سنگدانه‌ها مشاهده نمود.



شکل ۱۶- نمودار نسبت پواسون به درصد حجمی سنگدانه‌ها

با اعمال شش بارگذاری مستقل، خواص ارتوتروپیک بتن برای درصدهای حجمی مختلف سنگدانه استخراج شد. نتایج نشان می‌دهد که حضور سنگدانه‌ها با توزیع فضایی تصادفی و نامنظم در یک حجم محدود منجر به ایجاد ناهمسانگردی ضعیف (ارتوتروپی) در رفتار کلان ماده می‌شود. اگرچه در ابعاد بسیار بزرگ بتن به سمت رفتار ایزوتروپیک میل می‌کند، اما در مقیاس مزو، اختلاف جزئی در مقادیر مدول‌های جهت‌دار کاملاً طبیعی و ناشی از توزیع غیریکنواخت فاز سخت در راستاهای مختلف است. جدول ۸، خلاصه ۹ ثابت الاستیک ارتوتروپیک را برای درصدهای مختلف سنگدانه نشان می‌دهد.

جدول ۸- ثوابت الاستیک ارتوتروپیک استخراج‌شده برای درصدهای مختلف سنگدانه

| درصد<br>حجمی (%) | E11<br>(MPa) | E22<br>(MPa) | E33<br>(MPa) | G12<br>(MPa) | G13<br>(MPa) | G23<br>(MPa) | $v_{12}$ | $v_{13}$ | $v_{23}$ |
|------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|----------|----------|----------|
| 10               | 21505        | 21551        | 21551        | 8968         | 8968         | 8960         | 0.198    | 0.200    | 0.198    |
| 20               | 24533        | 24521        | 24594        | 10251        | 10262        | 10265        | 0.199    | 0.198    | 0.198    |
| 30               | 28312        | 27972        | 27964        | 11637        | 11655        | 11660        | 0.196    | 0.197    | 0.198    |
| 40               | 31796        | 31705        | 31786        | 13257        | 13271        | 13264        | 0.196    | 0.195    | 0.196    |

اگرچه بتن در مقیاس ماکروسکوپی و در بسیاری از تحلیل‌های مهندسی به‌صورت ماده‌ای همگن و ایزوتروپیک فرض می‌شود، اما در مقیاس مزو و در یک حجم نماینده محدود، رفتار مکانیکی آن می‌تواند وابستگی جهتی نشان دهد. علت این موضوع آن است که تصادفی بودن محل قرارگیری سنگدانه‌ها به‌تنهایی تضمین‌کننده ایزوتروپی کامل نیست؛ بلکه برای دستیابی به ایزوتروپی آماری، لازم است شکل، جهت‌گیری، اندازه و توزیع

فضایی سنگدانه‌ها در همه جهات به صورت کاملاً یکنواخت و با تعداد بسیار زیاد تکرار آماری برقرار باشد. در مدل حاضر، سنگدانه‌ها به صورت هندسه واقعی و نامنظم مدل سازی شده‌اند و RVE دارای ابعاد محدود است؛ بنابراین توزیع موضعی سنگدانه‌ها، تماس‌ها، فاصله میان سنگدانه‌ها و مسیرهای انتقال تنش در راستاهای مختلف یکسان نیست.

در چنین شرایطی، حتی اگر جانمایی سنگدانه‌ها تصادفی باشد، آرایش نهایی ریزساختار می‌تواند موجب ایجاد سختی مؤثر متفاوت در راستاهای ۱، ۲ و ۳ شود. به بیان دیگر، ارتوتروپی مشاهده شده در این پژوهش ناشی از ارتوتروپی ذاتی فازهای تشکیل دهنده نیست، بلکه حاصل ناهمگنی هندسی، محدود بودن اندازه RVE، شکل واقعی و غیرکروی سنگدانه‌ها و توزیع تصادفی آن‌ها است. به همین دلیل، خواص استخراج شده در این مقاله به عنوان «خواص ارتوتروپیک مؤثر» بتن در مقیاس مزو معرفی می‌شوند.

## ۵. نتیجه گیری:

در این مقاله، مدلسازی میکروساختار ارتوتروپیک بتن با استفاده از سنگدانه‌های واقعی و اعمال شرایط مرزی پرئودیک در آباکوس انجام شد. نتایج نشان می‌دهد که:

۱. استفاده از مدل RVE با توجه به ابعاد و درصد حجمی سنگدانه‌ها، امکان تعیین خواص مکانیکی ارتوتروپیک بتن (شامل مدول‌های الاستیک، مدول‌های برشی، نسبت‌های پواسن بدون نیاز به آزمایشات پرهزینه و زمان‌بر فراهم می‌کند.
۲. شکل واقعی سنگدانه‌ها و پراکنش آن‌ها در RVE، تأثیر قابل توجهی بر خواص مکانیکی بتن دارد؛ مدل سازی سنگدانه‌ها به صورت واقعی باعث کاهش خطا در نتایج نسبت به استفاده از سنگدانه‌های کروی یا بیضوی شده است
۳. اندازه مناسب RVE با توجه به نسبت طول به قطر بزرگترین سنگدانه، همگرا شده و سایز اولیه ۶۰ میلی‌متر برای تحلیل انتخاب شد، که نشان دهنده صحت مدل و کاهش اثرات مرزی است
۴. به کارگیری مش سه بعدی و الگوریتم ماژول کپی مش، اعمال شرایط مرزی پرئودیک را به صورت دقیق و قابل اجرا در آباکوس ممکن ساخت و محدودیت‌های محاسباتی ناشی از پیچیدگی هندسی RVE کاهش یافت
۵. نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که روش میکرومکانیک همراه با مدلسازی واقعی سنگدانه‌ها، روشی کارآمد و دقیق برای پیش‌بینی خواص مکانیکی بتن ارتوتروپیک محسوب می‌شود و می‌تواند جایگزین آزمایشات سنتی در مقیاس ماکرو شود.

به طور کلی، این مقاله تأکید می‌کند که مدلسازی دقیق میکروساختار بتن، شامل شکل واقعی و توزیع تصادفی سنگدانه‌ها، ابزار موثری برای تحلیل خواص مکانیکی و طراحی بهینه مصالح مرکب است.

- [1] Cowin SC, Nunziato JW. Linear elastic materials with voids. *Journal of Elasticity*, 1983;13:125–147.
- [2] Mura T. *Micromechanics of Defects in Solids*. Martinus Nijhoff, Dordrecht, 1987.
- [3] Hashin Z, Shtrikman S. A variational approach to the theory of elastic behavior of multiphase materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1963;11:127–140.
- [4] Volterra V. Sur l'équilibre des corps elastiques multiplement connexes. *Ann. Ec. Norm. Paris*, 1907;24:401–517.
- [5] Mindlin RD. Microstructure in linear elasticity. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 1964;16:51–78.
- [6] Eringen AC. Theory of micropolar elasticity. In: Liebow H, editor. *Fracture*, Vol. 2. Academic Press, New York, 1968;662–729.
- [7] Bardenhagen S, Triantafyllidis N. Derivation of higher order gradient continuum theories in 2,3-D nonlinear from periodic lattice models. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1994;42:111–139.
- [8] Chang CS, Gao J. Second-gradient constitutive theory for granular material with random packing structure. *International Journal of Solids and Structures*, 1995;32:2279–2293.
- [9] Budiansky B, O'Connell RJ. Elastic moduli of a cracked solid. *International Journal of Solids and Structures*, 1976;12:81–97.
- [10] Kachanov M. Elastic solids with many cracks and related problems. *Advances in Applied Mechanics*, 1994;30:259–445.
- [11] Mustapha Zdiri, Mongi Ben Ouezdou, Nor-edine Abriak. Prediction and measurement of the elastic modulus of the RCC: Case of the low cement proportioning. *International Journal of Physical Sciences*, 2007;2(12):331–339.
- [12] Huang R, Yeih W, Sue IC. Aggregate effect on elastic moduli of cement-based composite materials. *Journal of Marine Science and Technology*, 1995;5–10.
- [13] Kameswara Rao CVS, Swamy RN, Mangat PS. Mechanical behaviour of concrete as a composite material. *Matériaux et Constructions*, 265–271.
- [14] Voigt W. Über die Beziehung zwischen den beiden Elastizitätskonstanten isotroper Körper. *Wied. Ann. Physik*, 1889;38:573–587.
- [15] Reuss A. Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle. *Z. Angew. Math. Mech.*, 1929;9:49–58.
- [16] Hill R. A self-consistent mechanics of composite materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1965;13(4):213–222.

- [17] Eshelby JD. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, 1957;241:376–396.
- [18] Mori T, Tanaka K. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metallurgica*, 1973;21:571–574.
- [19] Norris AN. A differential scheme for the effective moduli of composites. *Mechanics of Materials*, 1985;4:1–16.
- [20] Benveniste Y. *Mechanics of Materials*, 1987;6(2):147–157.
- [21] Hori M, Nemat-Nasser S. Double-inclusion model and overall moduli of multi-phase composites. *Mechanics of Materials*, 1993;14(3):189–206.
- [22] Hirsch TJ. Modulus of elasticity of concrete affected by elastic modulus of cement paste matrix and aggregate. *ACI Journal Proceedings*, 1962;59(3):427–451.
- [23] Mostofinejad D, Nozhati M. Prediction of the modulus of elasticity of high strength concrete. *Iranian Journal of Science & Technology, Transaction B: Engineering*, 2005;29(B3):311–321.
- [24] Rocco C, Elices M. Effect of aggregate shape on the mechanical properties of a simple concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 2009;76:286–298.
- [25] You Z, Adhikari S, Dai Q. Three-dimensional discrete element models for asphalt mixtures. *Journal of Engineering Mechanics*, 2008;134:1053–1063.
- [26] Huang CW, Abu Al-Rub RK, Masad EA, Little DN. Three-dimensional simulations of asphalt pavement permanent deformation using a nonlinear viscoelastic and viscoplastic model. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 2011;56–68.
- [27] Kim H, Buttlar WG. Discrete fracture modeling of asphalt concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 2009;46:2593–2604.
- [28] Häfner S, Eckardt S, Luther T, Könke C. Mesoscale modeling of concrete: Geometry and numerics. *Computers & Structures*, 2006;84:450–461.
- [29] Wriggers P, Moftah SO. Mesoscale models for concrete: Homogenisation and damage behaviour. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2006;42:623–636.
- [30] Dupray F, Malecot Y, Daudeville L, Buzaud E. A mesoscopic model for the behaviour of concrete under high confinement. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2009;33:1407–1423.
- [31] Comby-Peyrot I, Bernard F, Bouchard PO, Bay F, Garcia-Diaz E. Development and validation of a 3D computational tool to describe concrete behaviour at mesoscale: Application to the alkali-silica reaction. *Computational Materials Science*, 2009;46:1163–1177.
- [32] Shahbeyk S, Hosseini M, Yaghoobi M. Mesoscale finite element prediction of concrete failure. *Computational Materials Science*, 2011;50:1973–1990.
- [33] Gitman IM. *Representative Volumes and Multi-Scale Modelling of Quasi-Brittle Materials*. TU Delft, Delft University of Technology, 2006.
- [34] Li S, Wongsto A. Unit cells for micromechanical analyses of particle-reinforced composites. *Mechanics of Materials*, 2004;36:543–572.

- [35] Li S. Boundary conditions for unit cells from periodic microstructures and their implications. *Composites Science and Technology*, 2008;68:1962–1974.
- [36] Thilakarathna PSM, Kristombu Baduge KS, Mendis P, Vimonsatit V, Lee H. Mesoscale modelling of concrete – A review of geometry generation, placing algorithms, constitutive relations and applications. *Engineering Fracture Mechanics*, 2020;231:106974.
- [37] Ren Q, Pacheco J, de Brito J. Methods for the modelling of concrete mesostructures: a critical review. *Construction and Building Materials*, 2023;408:133570.
- [38] Denisiewicz A, Kuczma M, Kula K, Socha T. Influence of Boundary Conditions on Numerical Homogenization of High Performance Concrete. *Materials*, 2021;14(4):1009.
- [39] Tian W, Qi L, Chao X, Liang J, Fu M. Periodic boundary condition and its numerical implementation algorithm for the evaluation of effective mechanical properties of the composites with complicated micro-structures. *Composites Part B: Engineering*, 2019;162:1–10.
- [40] Luo Q, Liu D, Qiao P, Zhou Z, Zhao Y, Sun L. Micro-CT-based micromechanics and numerical homogenization for effective elastic property of ultra-high performance concrete. *International Journal of Damage Mechanics*, 2020;29(1):45–66.
- [41] Stefanou G, Savvas D, Metsis P. Random Material Property Fields of 3D Concrete Microstructures Based on CT Image Reconstruction. *Materials*, 2021;14(6):1423.
- [42] Ren Q, Pacheco J, de Brito J. New generation and separation method for the computational modelling of the mesostructure of concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 2023;284:109212.
- [43] Schneider M, Josien M, Otto F. Representative volume elements for matrix-inclusion composites: a computational study on the effects of an improper treatment of particles intersecting the boundary and the benefits of periodizing the ensemble. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2022;158:104652.

# Investigation of the Orthotropic Microstructure Model of Concrete with Real Aggregate Shapes

Seyed Mehdi Ardestani<sup>1</sup>, Seyed Hossein Hosseini Lavasani<sup>2\*</sup>, Milad Norollahi<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Seyed Mehdi Ardestani, M.Sc. Student in Civil Engineering, Khajeh Nasir University

<sup>2</sup>Associate Professor, Department of Civil Engineering, Kharazmi University, Tehran

<sup>3</sup>M.Sc. Student in Structural Engineering, Kharazmi University, Tehran

Email: [lavasani@khu.ac.ir](mailto:lavasani@khu.ac.ir)

## Abstract:

Concrete, as a heterogeneous composite material, consists of several phases, including cement paste, aggregates, and interfacial zones, and its mechanical properties depend on the shape, size, volume fraction, and spatial distribution of aggregates. In this study, a three-dimensional representative volume element (RVE) model of concrete was generated using real aggregate shapes and analyzed under periodic boundary conditions in Abaqus. The main objective was to extract the effective mechanical properties of concrete in an orthotropic form, including elastic moduli, shear moduli, and Poisson's ratios.

To determine the appropriate RVE size, specimens with dimensions of 40, 50, 60, and 70 mm were investigated. Based on the convergence of the results, the 60 mm specimen was selected as the representative volume element. Subsequently, models with aggregate volume fractions of 10%, 20%, 30%, and 40% were analyzed. The results indicated that, with increasing aggregate volume fraction, the effective elastic moduli increased from approximately 21.5 GPa at 10% aggregate volume fraction to approximately 31.8 GPa at 40%. Furthermore, the shear moduli increased from about 8.96 GPa to about 13.27 GPa. The Poisson's ratios varied within the approximate range of 0.196 to 0.200. The results demonstrate that the use of real aggregate geometry combined with periodic boundary conditions can provide a more accurate prediction of the effective mechanical properties of concrete.

## Keywords:

Micromechanics, composite materials, aggregate shape, periodic boundary conditions, RVE concrete model