

The Effect of Concrete Characteristic Strength on the Reliability of the Weak Beam – Strong Column Phenomenon

Mohammad Javad Fadaee Fathabadi ^{1*}, Hamidreza Azizzadeh Forouzi ²

¹ Professor, Civil Engineering Department, Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman

² Ph. D. Candidate, Civil Engineering Department, Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, mjfadaee@uk.ac.ir

Received: 30 September 2025 Revised: 20 November 2025 Accepted: 06 May 2026

Research paper

Abstract

The reliability analysis of the “Weak Beam-Strong Column” phenomenon is recognized as a critical subject in the design of earthquake-resistant structures. Investigation on the “Weak Beam-Strong Column” phenomenon indicates that this principle depends on multiple parameters including geometric properties of the members and their physical characteristics. For reinforced concrete frames, the parameters include geometric properties such as beam and column dimensions, reinforcement area, and reinforcement placement in the sections (concerning effective depth), as well as physical properties including elastic modulus of the materials and material strengths. The specific subject of this paper is the reliability analysis of the “Weak Beam-Strong Column” condition. In structural design, reliability refers to the probability of a structure maintaining its expected performance under stochastic conditions. For the “Weak Beam-Strong Column” phenomenon, this reliability can serve as an indicator of structural behavior under dynamic effects such as earthquakes or other loadings. In this study, through probabilistic modeling and by defining a probability function for concrete compressive strength – derived from the governing moment equilibrium equations – the probability of fulfilling this condition under variations in concrete compressive strength has been investigated. The results emphasize that material uncertainties in construction cannot be ignored in component design. This principle is recognized as fundamental in modern codes such as FEMA guidelines. However, a key limitation of this research is its exclusive focus on concrete compressive strength without consideration of other stochastic parameters such as steel tensile strength variability, cross-sectional geometric variations, or material fatigue effects. These findings could facilitate the development of reliability-based design guidelines that incorporate inherent material uncertainties in calculations. The outcome may optimize both structural safety and economic efficiency.

Keywords: Structural reliability, Weak beam, Strong column, Concrete compressive strength, Normal probability, distribution, Uncertainty

*Corresponding Author: Mohammad Javad Fadaee Fathabadi

Fadaee Fathabadi M. J., Azizzadeh Forouzi H. The Effect of Concrete Characteristic Strength on the Reliability of the Weak Beam – Strong Column Phenomenon. J. Concr. Struct. Mater., 2026; 10(1): 149-162. <http://doi.org/10.30478/jcsm.2026.540669.1401>

2538-5828/ © 2026 The Authors. Published by Iranian Concrete Society

This is an open access article under the CC BY license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

تأثیر مقاومت مشخصه بتن در قابلیت اعتماد پدیده تیر ضعیف ستون قوی

محمدجواد فدائی فتح آبادی^{۱*}، حمیدرضا عزیززاده فروزی^۲

۱-استاد دانشکده فنی و مهندسی، بخش مهندسی عمران، دانشگاه شهید باهنر کرمان

۲-دانشجوی دکتری، دانشکده فنی و مهندسی، بخش مهندسی عمران، دانشگاه شهید باهنر کرمان

پست الکترونیکی نویسنده مسئول: mjfadaee@uk.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۷/۰۸، تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۸/۲۹، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۲/۱۶

نوع مقاله: پژوهشی

چکیده

بررسی قابلیت اعتماد معیار تیر ضعیف ستون قوی در سازه‌ها، از موضوعات کلیدی در طراحی ساختمان‌های مقاوم در برابر زلزله به شمار می‌رود. شرط اصلی تحقق این معیار، که در مباحث نهم و دهم مقررات ملی ساختمان ایران نیز بر آن تأکید شده، برتری ظرفیت خمشی ستون‌ها بر ظرفیت خمشی تیرها در هر گره سازه‌ای است. این پژوهش به ارزیابی احتمال وقوع شکست تیرها پیش از ستون‌ها می‌پردازد و در این مسیر، بر یکی از پارامترهای احتمالی مؤثر، یعنی مقاومت فشاری بتن، تمرکز دارد. تصادفی بودن مقاومت فشاری مشخصه بتن به این معنی است که این مقاومت یک عدد قطعی نیست بلکه میانگین مقاومت چند نمونه با مقداری انحراف معیار می‌باشد. سایر پارامترها مانند مقاومت مصالح فولاد و ابعاد مقاطع به صورت قطعی در نظر گرفته شده‌اند. در این مطالعه، با به‌کارگیری مدل‌سازی احتمالی و تعریف تابعی برای توزیع احتمالی مقاومت فشاری بتن، تأثیر تغییرات این مقاومت بر احتمال برقراری شرط تیر ضعیف ستون قوی بررسی شده است. این تابع با استفاده از معادلات حاکم بر تعادل لنگرها استخراج شده است.

نتایج به‌وضوح نشان می‌دهند که تغییر مقادیر میانگین و انحراف معیار در توزیع نرمال مقاومت بتن، احتمال تحقق این شرط را به‌طور معناداری تغییر می‌دهد. این یافته‌ها، اهمیت توجه به عدم قطعیت‌های ذاتی در مشخصات مصالح و لزوم استفاده از روش‌های مبتنی بر قابلیت اعتماد در فرآیند طراحی سازه‌ها را پررنگ می‌نماید.

کلمات کلیدی: قابلیت اعتماد سازه، تیر ضعیف - ستون قوی، مقاومت فشاری بتن، توزیع احتمال نرمال، عدم قطعیت.

شکل‌پذیری به‌عنوان یک ویژگی ذاتی در اعضای سازه‌ای، نقشی تعیین‌کننده در آگاهی ساکنان ساختمان پیش از فروریزی و خرابی کامل آن ایفا می‌نماید. از جمله نشانه‌های وقوع این پدیده، ایجاد تغییر شکل‌های بزرگ در اعضای سازه است. شکل‌پذیر بودن یک سازه به این معناست که ساختمان در طول رویداد زلزله، نباید دچار گسیختگی ناگهانی یا همان شکست ترد شود. برای دستیابی به این هدف اعضای مانند تیرها، ستون‌ها و اتصالات باید به گونه‌ای طراحی شوند که در برابر بارهای وارده، شکل‌پذیری مناسبی از خود نشان داده و در نهایت با افزایش نیروها یا طولانی‌تر شدن مدت بارگذاری، گسیختگی مناسبی را از طریق تشکیل مفصل‌های پلاستیک و توالی صحیح خرابی در بین اعضای سازه ایجاد کنند [۱].

یکی از اصول کلیدی در طراحی سازه‌های با شکل‌پذیری مناسب، ایجاد شرایطی است که در آن تیرها پیش از ستون‌ها دچار تخریب شوند. این پدیده در طراحی اجزای سازه‌های تحت عنوان قاعده تیر ضعیف - ستون قوی شناخته می‌شود. اهمیت این موضوع به حدی است که در ضوابط آیین‌نام‌های، در مباحث ششم، نهم و دهم مقررات ملی ساختمان ایران و نیز در آیین‌نامه طراحی ساختمان‌ها در برابر زلزله، استاندارد ۲۸۰۰، گنجانده شده است [۲]. به عبارت ساده، اگر شکست و خرابی ابتدا در تیرها رخ دهد، بارهای ناشی از آن به‌جای انتقال ناگهانی و با شدت به ستون‌ها، به‌تدریج در میان اجزای سازه توزیع می‌شوند. این مکانیسم از ریزش ناگهانی ساختمان جلوگیری می‌کند. بر این اساس، رعایت این اصل نه تنها ایمنی سازه را بهبود می‌بخشد، بلکه می‌تواند به‌عنوان یک راهبرد برای کنترل خطر و افزایش عمر مفید سازه نیز عمل کند. بررسی پدیده تیر ضعیف - ستون قوی نشان می‌دهد که این قاعده تابع پارامترهای متعددی است که در دو دسته کلی ویژگی‌های هندسی و ویژگی‌های فیزیکی اعضا قرار می‌گیرند. در مورد قاب‌های بتن‌آرمه مورد مطالعه این پژوهش، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

ویژگی‌های هندسی شامل ابعاد تیر و ستون (پارامترهایی مانند سطح مقطع، ممان اینرسی)، مقدار و محل قرارگیری آرماتورها در مقطع که بر عمق مؤثر عضو تأثیر می‌گذارد. ویژگی‌های مکانیکی شامل مدول الاستیسیته مصالح (بتن و فولاد) و مقاومت آن‌ها (مقاومت فشاری بتن و مقاومت کششی فولاد) [۳].

مطالعه پیشینه پژوهش‌های انجام‌شده در حوزه قاعده تیر ضعیف - ستون قوی نشان می‌دهد که این موضوع کماکان در کانون توجه محققان قرار دارد. در ادامه به بررسی اجمالی سیر تحول این تحقیقات و دستاوردهای کلیدی آن‌ها پرداخته می‌شود. Liel [۴] در مطالعاتی به ارزیابی ریسک فروریزش قاب‌های بتن‌آرمه موجود تحت بارگذاری لرزه‌ای پرداختند. نتایج این پژوهش نشان داد که تغییرپذیری مصالح می‌تواند احتمال فروریزش را تا ۴۰ درصد افزایش دهد، که اهمیت در نظرگیری عدم قطعیت‌ها را در ارزیابی لرزه‌ای برجسته می‌سازد.

Li و Wang [۵] در پژوهشی به تحلیل احتمالاتی تقاضای لرزه‌ای قاب‌های بتن‌آرمه با در نظرگیری عدم قطعیت‌های مصالح پرداختند. آن‌ها با توسعه یک چارچوب تحلیلی پیشرفته نشان دادند که تغییرپذیری مقاومت بتن می‌تواند منجر به افزایش ۳۰ درصدی تقاضای لرزه‌ای در سطوح عملکردی مختلف شود.

Haselton [۶] در مقاله‌ای به ارزیابی قابلیت اعتماد لرزه‌ای سازه‌های بتن‌آرمه با در نظرگیری منابع مختلف عدم قطعیت پرداختند. یافته‌های آن‌ها حاکی از آن بود که تغییرپذیری مصالح می‌تواند ضریب اطمینان سازه را تا ۲۵ درصد کاهش دهد.

FEMA P-58 (2018) [۷] در دستورالعمل به‌روز شده خود، چارچوب جامعی برای ارزیابی کمی عملکرد لرزه‌ای سازه‌ها ارائه نمود. این دستورالعمل به صراحت بر لزوم در نظرگیری تغییرپذیری مصالح و اثر آن بر قابلیت اعتماد سازه تأکید دارد.

بابایی و تاروردیلو، [۸] در مطالعاتی به بررسی اثرات ناشی از برش در مقاومت نسبی ستون به تیر در ضابطه آیین‌نامه ACI-318

پرداخته که حاصل آن اثرات این پدیده را بر مقاومت برشی را نشان می دهد.

احمدی و طاهری، [۹] در مطالعه خود به تحلیل حساسیت پارامترهای کلیدی مصالح از جمله مقاومت فشاری بتن، مقاومت کششی بتن و مقاومت تسلیم میلگردها پرداختند. نتایج تحلیل‌های آنان نشان داد که مقاومت فشاری بتن و مقاومت تسلیم میلگرد بیش از سایر پارامترها بر انعطاف‌پذیری و تغییرشکل‌پذیری قاب اثرگذار است. همچنین، تغییرپذیری این پارامترها می‌تواند احتمال شکست ستون را به‌طور معناداری افزایش داده و باعث انحراف رفتار قاب از مکانیزم خرابی مطلوب تیر ضعیف - ستون قوی شود.

Li، [۱۱] در پژوهشی تجربی، به بررسی اثر تغییرپذیری مقاومت بتن بر رفتار اتصالات تیر - ستون پرداختند.

نتایج آزمایش‌های آن‌ها نشان داد که تغییرات مقاومت بتن می‌تواند ظرفیت خمشی اتصال را تا ۲۰ درصد متغیر سازد.

کریمی و رضایی، [۱۲] با مدل‌سازی عدم قطعیت مقاومت فشاری بتن در اتصالات تیر ضعیف - ستون قوی، به این نتیجه رسیدند که در نظر نگرفتن این عدم قطعیت‌ها می‌تواند منجر به تخمین نادرست ظرفیت اتصال گردد. این مطالعه نشان داد که این امر به‌طور مستقیم فلسفه تیر ضعیف - ستون قوی را تضعیف کرده و دقت پیش‌بینی رفتار غیرخطی را تا ۲۰ درصد کاهش می‌دهد.

موسوی و پورزنگنه، [۱۳] با ارزیابی احتمالی فروریزش قاب‌های بتن مسلح با فلسفه طراحی تیر ضعیف - ستون قوی، دریافتند که تمرکز تغییرشکل‌های پلاستیک در طبقات اول می‌تواند مسیرهای خرابی ثانویه را فعال کند. این پژوهش نشان داد که حتی با رعایت این فلسفه، خطر فروریزش پیش‌رونده وجود دارد و نیاز به معیارهای دقیق‌تری برای توزیع یکنواخت شکل‌پذیری احساس می‌شود.

نادری و شریفی، [۱۴] با بهینه‌سازی مبتنی بر قابلیت اعتماد در سیستم‌های تیر ضعیف - ستون قوی، روشی را ارائه کردند که همزمان به موضوعات ایمنی و اقتصاد می‌پردازد. نتایج نشان داد که این رویکرد می‌تواند شاخص قابلیت اعتماد سیستم را تا ۳۰ درصد بهبود بخشد. جالب توجه آنکه این افزایش ایمنی، لزوماً منجر به افزایش هزینه‌های ساخت نمی‌شود، بلکه به توزیع کارآمدتر مصالح منجر می‌شود.

قادری و میرجلیلی، [۱۵] با توسعه مدل‌های تقاضای لرزه‌ای احتمالی برای قاب‌های بتن مسلح تیر ضعیف - ستون قوی، ابزار تحلیلی جدیدی برای طراحی مبتنی بر عملکرد فراهم آوردند. یافته‌ها حاکی از آن بود که مدل‌های پیشنهادی قادرند پراکندگی تقاضای تغییرمکانی سازه را با دقت بالاتری نسبت به روابط تجربی موجود پیش‌بینی کنند.

فتحی و خلیلی، [۱۶] با ارزیابی احتمالاتی رفتار غیرخطی اتصالات در مکانیزم تیر ضعیف - ستون قوی، تغییرپذیری در خواص مصالح را مورد مطالعه قرار دادند. نتایج نشان داد که این تغییرپذیری می‌تواند منجر به رفتارهای غیرمنتظره و تغییر در توالی تشکیل مفاصل پلاستیک شود که دقت پیش‌بینی‌های طراحی متعارف را تا ۱۵ درصد کاهش می‌دهد.

رضوان و عظیمی، [۱۷] با بررسی قابلیت اطمینان لرزه‌ای سازه‌های بتن مسلح با در نظر گرفتن عدم قطعیت مصالح، دریافتند که عدم قطعیت در مدل‌های آسیب، تأثیر بیشتری نسبت به عدم قطعیت در پارامترهای مصالح بر قابلیت اطمینان نهایی دارد. این یافته بر ضرورت توسعه مدل‌های آسیب دقیق‌تر در آنالیزهای قابلیت اعتماد تأکید می‌کند.

صالحی و کاظمی، [۱۸] با تحلیل ارتعاش تصادفی و قابلیت اعتماد قاب‌های بتن مسلح تحت بارهای لرزه‌ای، نشان دادند که استفاده از تحلیل تصادفی به جای تحلیل‌های قطعی، منجر به تخمین واقعی‌تری از احتمال شکست می‌شود. این روش به ویژه در سطوح عملکردی نزدیک به حد فروریختن، برآورد محافظه‌کارانه‌تری ارائه می‌دهد.

حسینی و تهرانی، [۱۹] با مدل‌سازی میدان تصادفی مقاومت بتن در سیستم‌های تیر ضعیف - ستون قوی، گام مهمی در جهت درک بهتر ناهمگنی‌های مصالح برداشتند. یافته‌های این تحقیق ثابت کرد که در نظر گرفتن تغییرپذیری مکانی مقاومت، دقت پیش‌بینی ظرفیت نهایی قاب و نحوه تشکیل مکانیزم خرابی را تا ۱۸ درصد بهبود می‌بخشد.

شکیب و اسدیان، [۲۰] با شبیه‌سازی عددی توالی خرابی در قاب‌های بتن مسلح با قاعده تیر ضعیف - ستون قوی، نشان دادند که

چگونه عدم رعایت دقیق این قاعده می‌تواند منجر به تشکیل مکانیزم‌های خرابی نامطلوب شود. نتایج این مطالعه حاکی از کاهش قابل توجه ظرفیت جذب انرژی سازه در اثر انحراف از این فلسفه طراحی بود.

نجفی و بابایی، [۲۱] با تحلیل قابلیت اعتماد سیستم‌های تیر ضعیف - ستون قوی تحت بارهای لرزه‌ای تصادفی، به بررسی وابستگی متقابل بین المان‌ها پرداختند. این پژوهش نشان داد که نادیده گرفتن این وابستگی می‌تواند منجر به برآورد بیش از حد قابلیت اعتماد سیستم تا ۴۰ درصد شود، که لزوم استفاده از روش‌های سیستمیک پیشرفته را خاطرنشان می‌سازد.

تاروردیلو و جوانمردی، [۲۲] با بررسی اشکالات ضابطه تیر ضعیف - ستون قوی در استانداردهای ایرانی، دریافتند که برخی از روابط ساده‌سازی شده برای برآورد مقاومت ورق اتصال ممکن است غیرمحافظة کارانه عمل کنند. این مطالعه بر ضرورت بازبینی و روزآمدسازی این روابط با استفاده از داده‌های جدید تأکید کرد.

تاروردیلو و جوانمردی، [۲۳] با بررسی اشکالات ضابطه تیر ضعیف - ستون قوی در استانداردهای ایرانی، دریافتند که برخی از روابط ساده‌سازی شده برای برآورد مقاومت ورق اتصال ممکن است غیرمحافظة کارانه عمل کنند. این مطالعه بر ضرورت بازبینی و روزآمدسازی این روابط با استفاده از داده‌های جدید تأکید کرد.

محبی و عباس‌نیا، [۲۳] با کمی‌سازی عدم قطعیت در رفتار اتصالات بتن مسلح قاب با شرایط تیر ضعیف - ستون قوی، سهم نسبی منابع مختلف عدم قطعیت را بررسی کردند. یافته‌های کلیدی این تحقیق نشان داد که سهم عدم قطعیت مدل‌سازی غالب‌تر از عدم قطعیت پارامتریک است و باید در آنالیزهای قابلیت اعتماد به طور صریح مورد توجه قرار گیرد.

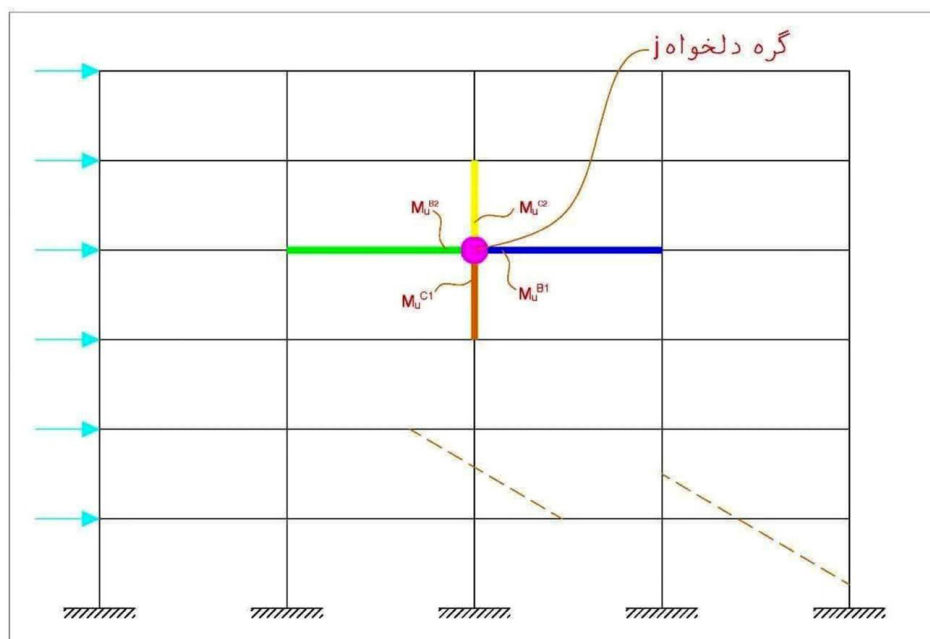
با این حال، خلأ تحقیقاتی در زمینه مدل‌سازی احتمالی این پدیده، به‌ویژه با تمرکز بر پارامترهای تصادفی خواص مصالح، موجبات آن را فراهم آورد تا ضرورت بررسی و تحقیقات بیشتر در این زمینه مورد توجه قرار گرفته و محرک اصلی در انجام این پژوهش گردد. در این تحقیق $f_c'f_c'$ (مقاومت فشاری مشخصه بتن) به عنوان پارامتر تصادفی در خواص مصالح در نظر گرفته شده است. تصادفی بودن مقاومت فشاری مشخصه بتن به این معنی است که این مقاومت یک عدد قطعی نیست بلکه میانگین مقاومت چند نمونه با مقداری انحراف معیار می‌باشد. موضوع مورد نظر در این مقاله بررسی موضوع قابلیت اعتماد در پدیده تیر ضعیف - ستون قوی است. بحث قابلیت اعتماد در طراحی سازه‌ها، به معنای احتمال میزان توانایی سازه برای حفظ عملکرد مورد انتظار تحت شرایط تصادفی است. در پدیده تیر ضعیف - ستون قوی، این قابلیت اعتماد می‌تواند به عنوان شاخصی از رفتار سازه در برابر آثار بارهای دینامیکی نظیر زلزله یا بارگذاری‌های دیگر مورد بررسی قرار گیرد. برای تحلیل قابلیت اعتماد استفاده از تحلیل‌های احتمالی و مدل‌سازی آماری می‌تواند مفید باشد و بعضاً با مدل‌سازی از تغییرات پارامترهای تصادفی مانند مقاومت فشاری بتن مدول الاستیسیته، و ابعاد مقاطع تیرها و ستون‌ها، می‌توان حالات مختلفی را بررسی کرد. این پارامترها در بررسی پدیده تیر ضعیف - ستون قوی می‌توانند پارامترهای تصادفی باشند و این پدیده متأثر از این خواص نیز تصادفی خواهد بود. بدان معنا که با احتمال تغییر هر یک از پارامترهای مذکور احتمال ایجاد شرایط جدیدی برای این پدیده رقم خواهد خورد. به طور کلی این پدیده تحت تأثیر پارامترهای تصادفی بررسی می‌گردد و حضور هر پارامتر تصادفی در مجموعه نشان‌دهنده همراه بودن آن مجموعه با یک احتمال است. به عنوان مثال با تغییر مقدار مقاومت فشاری بتن مصرفی که میانگین چند نمونه با مقداری انحراف معیار است، وضعیت مقاومت و تحمل تیرها و ستون‌ها در برابر شکست تغییر کرده در نتیجه تعاقب شکست اعضاء مذکور تغییر مینماید. به طور مشابه با تغییر مدول الاستیسیته مصالح به طور هم‌زمان مقاومت و شکلپذیری دچار تغییر شده و در نتیجه ممکن است باعث تغییر در وضعیت توالی شکست اعضاء سازه (در بحث ما تیرها و ستون‌ها) گردد. بنابراین متغیرهای تصادفی با گرفتن مقادیر مختلف به خود وضعیت‌های جدید و متفاوتی را برای سازه ایجاد می‌نمایند. به عبارتی این پارامترها شرایط احتمالی را در سازه به وجود می‌آورند که ممکن است وضعیت مناسب تیر ضعیف - ستون قوی

۲- بررسی احتمال پدیده تیر ضعیف - ستون قوی

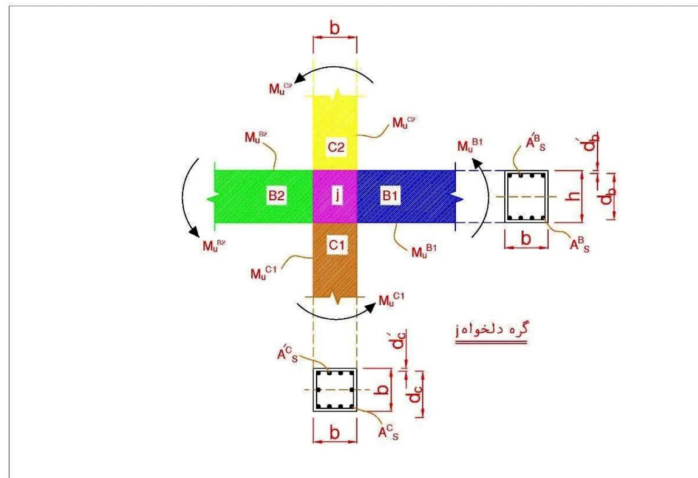
که از آن می توان نتیجه گرفت:

$$(M_u^{B_1} + M_u^{B_2}) < (M_u^{C_1} + M_u^{C_2}) \quad (2)$$

$$(M_y^{B_1} + M_y^{B_2} - M_y^{C_1} - M_y^{C_2}) < 0$$



۱۵۶  نشریه علمی مصالح و سازه‌های بتنی، انجمن علمی بتن ایران



بر اساس مباحث آمار و احتمالات اگر "Y" تابع متغیر تصادفی "X" باشد
 آنگاه: [۲۴]

(۳)

با در نظر گرفتن پارامترهای Y و X به صورت روابط (۴) و (۵):

(۴)

$$Y = (M_u^{B1} + M_u^{B2} - M_u^{C1} - M_u^{C2}) \quad (۵)$$

احتمال تابع "Y" در حالت کلی به شکل زیر از رابطه (۶) قابل محاسبه خواهد بود:

$$X = f'_c$$

(۶)

در ادامه به محاسبه مقادیر $Y = g(f'_c)$ و $g^{-1}(0)$ خواهیم پرداخت.

$$P(Y < 0) = P(f'_c < g^{-1}(0))$$

۲-۲- فرمول بندی مسئله

۲-۲-۱- تعیین ظرفیت خمشی اعضا

۲-۲-۱-۱- لنگر مقاوم نهایی تیرها

لنگر مقاوم نهایی تیرها با استفاده از معادله تعادل در مقطع یک تیر تحت خمش از رابطه (۷) به شکل زیر به دست می‌آید. [۱]

(۷)

$$M_u^B = A_s(\phi_s \cdot f_y) \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad (۸)$$

که مقدار a از رابطه (۸) قابل محاسبه است.

در روابط بالا M_u^B لنگر مقاوم نهایی تیر تحت خمش تک محوره، A_s سطح $A_s = A_s(\phi_s \cdot f_y) / [0.85(\phi_c \cdot f'_c) \cdot b]$ ارتفاع بلوک تنش در ناحیه فشاری بتن در مقطع تیر، b عرض مقطع تیر و d ارتفاع موثر مقطع تیر می‌باشد. براین اساس لنگر مقاوم دو تیر متصل به گره از روابط (۹) و (۱۱) به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

(۹)

$$M_u^{B1} = \left[A_s^{B1}(\phi_s \cdot f_y) \left(d_B - \frac{a^{B1}}{2} \right) \right] \quad (۱۰)$$

$$\alpha^{B1} = A_s^{B1}(\phi_s \cdot f_y) / [0.85(\phi_c \cdot f'_c) \cdot b] \quad (11)$$

$$M_u^{B2} = \left[A_s^{B2}(\phi_s \cdot f_y) \left(d_B - \frac{a^{B2}}{2} \right) \right] \quad (12)$$

$\alpha^{B2} = A_s^{B2}(\phi_s \cdot f_y) / [0.85(\phi_c \cdot f'_c) \cdot b]$
 در این روابط M_u^{B2} و M_u^{B1} به ترتیب لنگر مقاوم نهایی تیر در سمت راست و چپ در گره مورد نظر، α^{B2} و α^{B1} به ترتیب ارتفاع بلوک تنش فشاری بتن در مقطع تیر در سمت راست و چپ در گره مورد نظر، d_B ارتفاع موثر در مقطع تیر سمت راست و چپ در گره مورد نظر می‌باشد.

۲-۱-۲-۲- لنگر مقاوم نهایی ستون‌ها

لنگر مقاوم نهایی ستون‌ها بر اساس اعمال معادله تعادل در مقطع یک ستون تحت خمش و نیروهای محوری از رابطه (۱۳) به صورت زیر محاسبه می‌شود: [۱]

$$(13)$$

$$M_u^c = [C_c \left(d_c - \frac{a_b^c}{2} - d_c'' \right) + C_s(d_c - d_c' - d_c'') + T_c \cdot d_c''] \quad (14)$$

$$d_c' = b - d_c'', \quad d_c'' = (d_c - d_c')/2 \quad a_b^c = 0.85 \left(\frac{\varepsilon_c \cdot d_c}{f_y/E_s + \varepsilon_c} \right) \quad A_s'^c = A_s^c \quad (15)$$

$$C_c = 0.85(\phi_c \cdot f'_c) \cdot a_b^c \cdot b \quad C_s = A_s'^c(\phi_s \cdot f_y - 0.85\phi_c \cdot f'_c) \quad T_c = A_s^c(\phi_s \cdot f_y)$$

که در این روابط M_u^c لنگر مقاوم نهایی ستون تحت خمش تک محوره، A_s^c سطح مقطع فولاد در ناحیه کششی در مقطع ستون، $A_s'^c$ سطح مقطع فولاد در ناحیه فشاری در مقطع ستون، E_s ضریب برگشت‌پذیری فولاد (میلگردها)، ε_c کرنش حداکثر بتن در ناحیه فشاری، d_c ارتفاع موثر در مقطع ستون، d_c' فاصله مرکز میلگرد تا جداره خارجی ستون، a_b^c ارتفاع بلوک تنش فشاری بتن در مقطع، در حالت فولاد متوازن می‌باشد.

براین اساس لنگر مقاوم دو ستون متصل به گره از روابط (۱۶) و (۲۰) به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$(16)$$

$$M_u^{c1} = [C_{c1} \left(d_{c1} - \frac{a_{b1}^{c1}}{2} - d_{c1}'' \right) + C_{s1}(d_{c1} - d_{c1}' - d_{c1}'') + T_{c1}] \quad (17)$$

$$d_{c1}'' = (d_{c1} - d_{c1}')/2 \quad a_{b1}^{c1} = 0.85 \left(\frac{\varepsilon_c \cdot d_{c1}}{f_y/E_s + \varepsilon_c} \right) \quad (18)$$

$$C_{c1} = 0.85(\phi_c \cdot f'_c) \cdot a_{b1}^{c1} \cdot b \quad C_{s1} = A_{s1}^{c1}(\phi_s \cdot f_y - 0.85\phi_c \cdot f'_c) \quad (19)$$

$$T_{c1} = A_{s1}^{c1}(\phi_s \cdot f_y) \quad A_{s1}^{c1} = A_{s1}^c \quad (20)$$

$$M_u^{c2} = [C_{c2} \left(d_{c2} - \frac{a_{b2}^{c2}}{2} - d_{c2}'' \right) + C_{s2}(d_{c2} - d_{c2}' - d_{c2}'') + T_{c2} \cdot d_{c2}'] \quad (21)$$

$$d_{c2}'' = (d_{c2} - d_{c2}')/2 \quad a_b^{c2} = 0.85 \left(\frac{\varepsilon_c \cdot d_{c2}}{f_y/E_s + \varepsilon_c} \right) \quad (22)$$

$$T_{c2} = A_s^{c2} (\phi_s \cdot f_y) \quad A_s'^{c2} = A_s^{c2}$$

در روابط بالا M_u^{C1} و M_u^{C2} لنگرهای مقاوم نهایی در ستون‌های متصل به گره مورد بررسی به ترتیب درستون تحتانی و فوقانی متصل به گره، A_s^{C1} و A_s^{C2} سطح مقطع فولاد در ستون‌های متصل به گره مورد بررسی به ترتیب درستون تحتانی و فوقانی متصل به گره، d_{c1} و d_{c2} ارتفاع موثر در مقطع ستون به ترتیب در ستون تحتانی و فوقانی متصل به گره، d_{c1}' و d_{c2}' فاصله مرکز میلگرد تا جداره خارجی در مقطع ستون به ترتیب در ستون تحتانی و فوقانی متصل به گره، a_b^{C1} و a_b^{C2} ارتفاع بلوک تنش فشاری بتن درمقطع ستون درحالت فولاد متوازن به ترتیب در ستون تحتانی و فوقانی متصل به گره مورد نظر می باشند. در این روابط با فرض آنکه $d_{c1} = d_{c2} = d_c$ و $d_{c1}' = d_{c2}' = d_c'$ باشد تساوی‌های زیر برقرار خواهند بود:

$$d_{c1}'' = d_{c2}'' = d_c'' \quad a_b^{C1} = a_b^{C2} = a_b^C \quad (23)$$

بر اساس روابط (۹) و (۱۱) جمع لنگر مقاوم نهایی تیرها در گره به صورت رابطه (۲۴) قابل محاسبه خواهد بود:

$$M_u^{B1} + M_u^{B2} = \frac{1}{f_c'} \left\{ [f_c' (\phi_s \cdot f_y \cdot d_B) (A_s^{B1} + A_s^{B2})] - \left[\left(0.5/0.85 + \frac{1}{\phi_c} \cdot \phi_s^2 \cdot f_y^2 \cdot \frac{1}{b} \right) (A_s^{B1^2} + A_s^{B2^2}) \right] \right\} \quad (24)$$

با درنظرگرفتن هم‌ارزی‌هایی به صورت روابط (۲۵) و (۲۶) درنهایت رابطه (۲۷) برای تیرها نتیجه خواهد شد:

$$A_B = \left[\left(0.5/0.85 + \frac{1}{\phi_c} \cdot \phi_s^2 \cdot f_y^2 \cdot \frac{1}{b} \right) (A_s^{B1^2} + A_s^{B2^2}) \right] \quad (25)$$

$$B_B = [(\phi_s \cdot f_y \cdot d_B) (A_s^{B1} + A_s^{B2})] \quad (26)$$

$$M_u^{B1} + M_u^{B2} = -A_B/f_c' + B_B \quad (27)$$

به طور مشابه بر اساس روابط (۱۶) و (۲۰) جمع لنگر مقاوم نهایی ستون‌ها در گره به صورت رابطه (۲۸) بدست می‌آید:

$$M_u^{C1} + M_k^{C2} = f_c' \cdot \{ [(0.85\phi_c \cdot a_b^c \cdot b)(2d_c - a_b^c - 2d_c'')] + (-0.85\phi_c \cdot (A_s^{c1} + A_s^{c2})(d_c - d_c' \cdot d_c'')) \} + \{ (\phi_s \cdot f_y)(A_s^{c1} + A_s^{c2})(d_c - d_c') \} \quad (28)$$

با درنظرگرفتن هم‌ارزی‌هایی به صورت روابط (۲۹) و (۳۰) درنهایت رابطه (۳۱) برای ستون‌ها نتیجه خواهد شد:

$$A_C = (0.85\phi_c \cdot a_b^c \cdot b)(2d_c - a_b^c - 2d_c'') + (-0.85\phi_c \cdot (A_s^{c1} + A_s^{c2})(d_c - d_c' - d_c'')) \quad (29)$$

$$B_C = ((\phi_s \cdot f_y)(A_s^{c1} + A_s^{c2})(d_c - d_c')) \quad (30)$$

$$M_u^{C1} + M_u^{C2} = f_c' \cdot A_C + B_C \quad (31)$$

با قراردادن ثابت‌های بدست آمده از روابط (۲۵)، (۲۶)، (۲۹) و (۳۰) در معادلات لنگر بدست آمده از روابط (۲۷) و (۳۱) در تابع "Y" از رابطه (۴) خواهیم داشت:

$$Y = \left(-A_C \cdot f_c' - A_B \cdot \frac{1}{f_c'} + B_B - B_C \right) = g(f_c') \quad (32)$$

معادله به دست آمده در واقع یک معادله درجه ۲ برحسب f_c' می باشد که همان تابع متغیر تصادفی $f_c' = X$ مربوط به شرط ایجاد حالت «تیر ضعیف – ستون قوی» در سازه خواهد بود.

$$(\phi_s = 0.85), (\phi_c = 0.6), (f_y = 360 \text{ MPa}), (\epsilon_c = 0.003), (E_s = 200 \text{ GPa})$$

$$(b_b = b_c = 600), (d_b = 800 \text{ mm}), (d_c = 540 \text{ mm}), (d'_c = 60 \text{ mm}), (d''_c = 240 \text{ mm})$$

$$(A_s^{B1} = 6600 \text{ mm}^2), (A_s^{B2} = 6800 \text{ mm}^2), (A_s^{C1} = 7000 \text{ mm}^2), (A_s^{C2} = 7100 \text{ mm}^2) \quad (33)$$

$$(A_B = 13.74e9), (B_B = 32.80^* e11), (A_C = 25.7e6), (B_C = 27.01e11) \quad (34)$$

$$Y = \left((-25.76\text{e}6) \cdot f'_c + (-2.69\text{e}12) \cdot \frac{1}{f'_t} + (-13.74\text{e}9) \right) \quad (35)$$

$$g(f'_c) = \left((-25.76\text{e}6) \cdot f'_c + (-13.74\text{e}9) \cdot \frac{1}{f'_c} + (-2.69\text{e}12) \right) \quad (39)$$

$$P(Y < 0) = P(f'_c < g^{-1}(0)) = P\left[(-f'^2_c + (46.94) \cdot f'_c + (-533.33)) \leq 0\right] \quad (37)$$

$$P1(Y < 0) = P_1(f'_c \leq 27.66) \quad (38)$$

به عنوان نمونه فرض می‌شود در قاب مورد مثال از بتنی استفاده شود که متوسط مقاومت نمونه‌های شکسته شده برای تعیین f_c' برابر 24 MPa با انحراف معیار 5 MPa باشد و احتمال مقدار f_c' از توزیع نرمال تبعیت کند. بنابراین با قرار دادن $\bar{x} = 24 \text{ MPa}$ و $\sigma = 5 \text{ MPa}$ روابط توزیع نرمال احتمالات به صورت دو رابطه (۴۰) و (۴۱) بدست می‌آید:

$$P1(Y < 0) = P_1(f'_c \leq 27.66) = 76.73\% \quad (42)$$

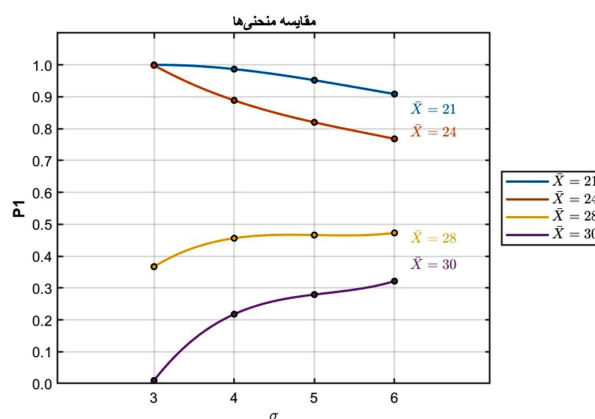
مفهوم روابط (۴۲) و (۴۳) این است که اگر در قاب مورد مثال در این مقاله از بتنی با مقاومت فشاری مشخصه 24MPa (متوسط مقاومت نمونه‌های آزمایش شده) با انحراف معیار 5MPa استفاده شود و احتمال مقاومت فشاری مشخصه این بتن از توزیع نرمال تبعیت کند، احتمال اینکه در گره J این قاب پدیده «تیر ضعیف - ستون قوی» تحقق یابد حداکثر تا ۷۶/۷۳ درصد است. بدیهی است اگر مقدار متوسط و یا انحراف معیار (یا هر دو) تغییر نماید، احتمال پدیده مزبور نیز تغییر خواهد کرد. این احتمال برای مقادیر

مختلفی از متوسط و انحراف معیار محاسبه و نتایج به در دو صورت در جدول ۱ آورده شده است. با توجه به اینکه میزان احتمال برای $f'_c < 27/66 \text{ MPa}$ بیشتر می‌باشد، جدول ۱ فقط برای احتمال مذکور (P1) محاسبه شده است.

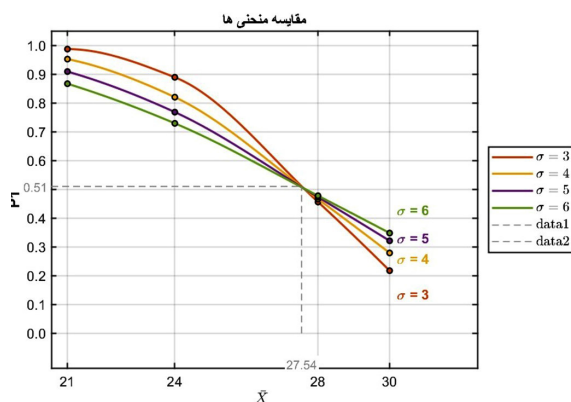
جدول ۱- مقادیر احتمال (P1) بر اساس مقادیر مختلف متوسط ($\bar{X}$) و انحراف معیار (σ).

$\bar{X}$	$\sigma = 3$	$\sigma = 4$	$\sigma = 5$	$\sigma = 6$
۲۱	۰/۹۸۶۸	۰/۹۵۲۵	۰/۹۰۸۲	۰/۸۶۶۵
۲۴	۰/۸۸۸۸	۰/۸۲۱۲	۰/۷۶۷۳	۰/۷۲۹۶
۲۸	۰/۴۵۶۲	۰/۴۶۴۱	۰/۴۷۲۱	۰/۴۷۶۱
۳۰	۰/۲۱۷۷	۰/۲۷۷۶	۰/۳۱۹۲	۰/۳۴۸۳

نمودارهای ۳ و ۴ تغییرات احتمال پدیده تیر ضعیف - ستون قوی رانسبت به تغییرات متوسط و انحراف معیار مقاومت فشاری مشخصه بتن نشان می‌دهد.



شکل ۳- نمودار تغییرات احتمال (P1P1) بر حسب انحراف معیار (σ) بر اساس مقادیر مختلف متوسط ($\bar{X}$).



شکل ۴- نمودار تغییرات احتمال (P1P1) بر حسب متوسط ($\bar{X}$) بر اساس مقادیر مختلف انحراف معیار (σ).

توضیح اینکه همه این محاسبات، جدول و نمودار برای وقتی است که توزیع احتمالی مقاومت مشخصه بتن نرمال فرض شود. بدیهی است اگر توزیع احتمالی دیگری فرض شود نتایج تغییر خواهد کرد. همانطور که در شکل ۴ مشاهده می شود وقتی که متوسط مقاومت فشاری مشخصه بتن ۲۷/۵۴ مگاپاسکال باشد، احتمال برقراری شرط به انحراف معیار بستگی نداشته و مقدار آن برای تمامی مقادیر انحراف معیار عدد ثابت ۵۱ درصد می باشد.

- [1] Tahouni, S. (2018). *Analysis and Design of Reinforced Concrete Structures* (14th ed.). Tehran: University of Tehran Press. (in Persian).
- [2] Ministry of Roads and Urban Development. (2023). *Iranian Code of Practice for Seismic Resistant Design of Buildings* (Standard No. 2800). Tehran: Road, Housing and Urban Development Research Center. (in Persian).
- [3] Ministry of Roads and Urban Development. (2022). *National Building Regulations of Iran, Part 9: Design and Construction of Reinforced Concrete Buildings*. Tehran: Road, Housing and Urban Development Research Center. (in Persian).
- [4] Liel, A. B., Haselton, C. B., & Deierlein, G. G. (2016). Assessing the collapse risk of California's existing reinforced concrete frame structures: Metrics for seismic safety decisions. *Structural Safety*, 72, 1-14. DOI: 10.1016/j.strusafe.2017.12.001.
- [5] Wang, Z., & Li, Y. (2020). Probabilistic seismic demand analysis of RC frames considering material uncertainties. *Journal of Structural Engineering*, 146(8), 04020159. DOI:10.1061/(asce)st.1943-541x.0002703.
- [6] Haselton, C. B., & Deierlein, G. G. (2017). Assessing seismic collapse safety of modern reinforced concrete moment frames. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 142(12), 04016130. DOI: 10.1061/(asce)st.1943-541x.0001904.
- [7] Federal Emergency Management Agency (FEMA). (2018). *FEMA P-58: Seismic Performance Assessment of Buildings*. Washington, D.C. . DOI:10.1061/9780784414854.
- [8] Babaei, A. H., & Tarvordilo, S. (2018). Investigation of deficiencies in the strong column-weak beam provision of ACI 318. *Proceedings of the First National Conference on Infrastructure*, Urmia University. Civilica, Paper ID: NCIE01_064. (in Persian).
- [9] Ahmadi, M., & Taheri, B. (2018). Sensitivity analysis of material parameters in the strong column-weak beam rule of reinforced concrete frames. *Modares Civil Engineering Journal*, 17(4), 119. DOI: 10.22068/mce.2018.15545.1325. (in Persian).
- [10] Zhang, Y., Wang, Z., & Li, J. (2019). Machine learning-based prediction of nonlinear behavior of beam-column connections in RC structures. *Engineering Structures*, 198, 109-125. DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.109425.
- [11] Li, X., Chen, Y., & Wang, H. (2020). Experimental investigation of the effect of concrete strength variability on the behavior of beam-column joints. *Construction and Building Materials*, 258, 119-135. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2020.119135.
- [12] Karimi, H., & Rezaei, F. (2022). Modeling uncertainty in concrete compressive strength in strong column-weak beam connections. *Journal of Seismology and Earthquake Engineering*, 25(2), 67-82. Paper ID: JSEE-252067. (in Persian).
- [13] Mousavi, S., & Pourzangeneh, A. (2020). Probabilistic collapse assessment of reinforced concrete frames with strong column-weak beam design philosophy. *International Journal of Civil Engineering*, 12(1), 45-60. DOI: 10.22068/ijce.2019.4652. (in Persian).
- [14] Naderi, A., & Sharifi, M. (2021). Reliability-based optimization in reinforced concrete strong column-weak beam systems. *Journal of Building Engineering*, 9(3), 89-104. Paper ID: JSE-93089. (in Persian).
- [15] Ghaderi, K., & Mirjalili, H. (2019). Probabilistic seismic demand models for reinforced

concrete strong column–weak beam frames. *Sharif Civil Engineering Journal*, 35(2), 33–48. DOI: 10.24200/j30.2018.49235.2541. (in Persian).

[16] Fathi, A., & Khalili, R. (2023). Probabilistic assessment of nonlinear behavior of connections in strong column–weak beam mechanisms. *Iranian Journal of Science and Technology*, 45(3), 250–265. DOI: 10.22078/ijstc.2022.3456.1890. (in Persian).

[17] Rezvan, P., & Azimi, S. (2022). Seismic reliability of reinforced concrete structures considering material uncertainties. *Journal of Structural Construction Engineering*, 12(4), 75–90. Paper ID: JSC-124075. (in Persian).

[18] Salehi, M., & Kazemi, N. (2017). Stochastic vibration analysis and reliability of reinforced concrete frames under seismic loads. *Journal of Advanced Concrete Technology*, 12(1), 155–170. DOI: 10.22115/scce.2017.48567.1023. (in Persian).

[19] Hosseini, R., & Tehrani, M. (2016). Random field modeling of concrete strength in strong column–weak beam systems. *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, 47(3), 99–114. DOI: 10.22060/ceej.2016.602. (in Persian).

[20] Shakib, H., & Asadian, M. (2019). Numerical simulation of failure sequence in reinforced concrete frames with strong column–weak beam rule. *Sharif Civil Engineering Journal*, 34(4), 85–100. DOI: 10.24200/j30.2019.51234.2612. (in Persian).

[21] Najafi, P., & Babaei, A. (2021). Reliability analysis of weak beam–column systems under stochastic seismic loads. **Journal of Seismology and Earthquake Engineering**, 26(1), 45–60. Paper ID: JSEE-26145. (in Persian).

[22] Tarvordilo, S., & Javanmardi, Y. (2018). Investigation of deficiencies in the strong column–weak beam provision in Iranian standards. **Journal of Building Engineering**, 8(2), 120–135. Paper ID: JSE-82120. (in Persian).

[23] Mohebbi, B., & Abbasnia, H. (2022). Quantification of uncertainty in the behavior of reinforced concrete strong column–weak beam connections. **International Journal of Civil Engineering**, 14(2), 65–80. DOI: 10.22068/ijce.2021.4896.1623. (in Persian).

[24] Ang, A. H. S., & Tang, W. H. (2007). *Probability concepts in engineering: emphasis on applications in civil & environmental engineering* (2nd ed.). John Wiley & Sons. 65–80. DOI: 10.22068/ijce.2021.4896.1623.