

A Comparative Study of Smeared Crack and Damaged Plasticity Models for Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures

E. Nabizadeh¹, M. Lezgy-Nazargah^{2*}, M. Tayebinia³

1- M.Sc. Graduate Student, Department of Civil Engineering, Hakim Sabzevari University

2- Associate Professor, Department of Civil Engineering, Hakim Sabzevari University, m.lezgy@hsu.ac.ir

2- Lecturer, Department of Civil Engineering, Hakim Sabzevari University

Received: 31 May 2025 Revised: 22 June 2025 Accepted: 14 July 2025
Research paper

Abstract

In finite element analysis of concrete structures, two models of concrete smeared cracking, and concrete damaged plasticity model are often used to simulate the nonlinear behavior of concrete. While both approaches have their respective strengths and limitations, no comprehensive study has yet systematically compared their accuracy and computational performance. The purpose of this study is to find answers to the above questions. To achieve this goal, various reinforced concrete structures, including a beam subjected to a statically applied four-point load, a column under the axial compression, a shear wall experiencing a concentrated lateral load, and a beam-column under combined axial and lateral loading have been analyzed using the 3D finite element method. In the studied numerical samples, the nonlinear behavior of concrete was modeled once using concrete smeared cracking and the next time using the concrete damaged plasticity model. After extracting the results, the accuracy of the two constitutive models of concrete was evaluated through comparison with experimental results. Findings of this study shows that the concrete damaged plasticity model gives more accurate results than the smeared cracking model. The average error of the smeared cracking model and the concrete damaged plasticity model in estimating the ultimate displacement of the examined numerical specimens are 36% and 14%, respectively. The average error of these two models in estimating the maximum bearing capacity of the numerical specimens is approximately 11%. Moreover, concrete damaged plasticity model has less convergence problems, and can also predict the tensile and compressive failure modes of the numerical specimens.

Keywords: Constitutive Relations, Reinforced Concrete, Smeared Crack, Damaged Plasticity, Finite Element

*Corresponding Author: M. Lezgy-Nazargah

Nabizadeh E., Lezgy-Nazargah M., Tayebinia M. A Comparative Study of Smeared Crack and Damaged Plasticity Models for Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures. *J. Concr. Struct. Mater.*, 2024; 9(2): 87-109. <http://doi.org/10.30478/jcsm.2025.525518.1390>

2538-5828/ © 2025 The Authors. Published by Iranian Concrete Society

This is an open access article under the CC BY license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

مطالعه مقایسه‌ای مدل ترک پخشی و مدل بتن آسیب‌دیده پلاستیک در تحلیل اجزا محدود غیرخطی سازه‌های بتن مسلح

الهام نبی‌زاده^۱، مجتبی لزگی نظرگاه^{۲*}، مرتضی طیبی‌نیا^۳

۱- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی عمران، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران

۲- دانشیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران

۳- مربی گروه مهندسی عمران، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران

پست الکترونیکی نویسنده مسئول: m.lezgy@hsu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۳/۱۰، تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۴/۰۱، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۴/۲۳

نوع مقاله: پژوهشی

چکیده

در تحلیل اجزا محدود سازه‌های بتنی اغلب از دو مدل ترک پخشی و مدل آسیب دیده پلاستیک جهت مدل‌سازی رفتار غیرخطی بتن استفاده می‌شود. هر یک از دو مدل فوق‌الذکر دارای مزایا و معایبی می‌باشند. تاکنون مطالعه جامعی در خصوص بررسی مزایا و معایب این دو مدل رفتاری بتن و مقایسه دقت نتایج این دو مدل انجام نشده است. هدف از این پژوهش یافتن پاسخی برای پرسش‌های مطرح شده‌ی فوق است. برای رسیدن به این هدف، سازه‌های بتن مسلح مختلف شامل یک تیر تحت بار استاتیکی چهار نقطه‌ای، یک ستون تحت نیروی محوری، یک دیوار برشی تحت بار جانبی متمرکز و همچنین یک تیر-ستون تحت همزمان نیروی محوری و بار جانبی متمرکز با استفاده از روش اجزا محدود تحلیل شده‌اند. در نمونه‌های عددی مورد بررسی، رفتار غیرخطی بتن یک‌بار با استفاده از مدل ترک پخشی و بار دیگر با استفاده از مدل آسیب‌دیده‌ی پلاستیک مدل‌سازی گردید. پس از استخراج نتایج، میزان دقت دو مدل ساختاری بتن از طریق مقایسه با نتایج آزمایشگاهی مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که مدل آسیب‌دیده‌ی پلاستیک در مقایسه با مدل ترک پخشی پاسخ‌های دقیق‌تری می‌دهد. خطای میانگین مدل ترک پخشی و مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک در برآورد جابجایی لحظه‌ی گسیختگی نمونه‌های عددی تحلیل شده به ترتیب برابر ۳۶٪ و ۱۴٪ می‌باشند. مقدار میانگین خطای این دو مدل در برآورد حداکثر ظرفیت باربری نمونه‌های عددی نیز حدود ۱۱٪ می‌باشند. مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک در مقایسه با مدل ترک پخشی از مشکلات همگرایی کمتری برخوردار است و همچنین می‌تواند مودهای خرابی کششی و فشاری نمونه‌های عددی را پیش‌بینی نماید.

واژه‌های کلیدی: روابط ساختاری، بتن مسلح، ترک پخشی، بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک، اجزا محدود

امروزه از بتن مسلح در بسیاری حوزه‌های ساخت‌وساز مهندسی عمران استفاده می‌شود. به دلیل ضعف بتن در تحمل تنش‌های کششی، سازه‌های بتن مسلح حتی در سطح بارهای بهره‌برداری نیز در معرض خطر ترک‌خوردگی قرار دارند. ترک‌خوردگی بتن باعث کاهش مقاومت سازه شده که خود باعث بازپخش تنش و در نتیجه رفتار غیرخطی در بتن می‌گردد. در واقع رفتار و عملکرد بتن تحت تأثیر سازوکار گسترش ترک قرار دارد. تحلیل و طراحی دقیق سازه‌های بتنی مستلزم استفاده از مدل‌های ساختاری مناسب برای شبیه‌سازی رفتار غیرخطی بتن و پیش‌بینی نحوه گسترش ترک می‌باشد. تاکنون مطالعات گسترده‌ای در این زمینه انجام شده که در ادامه به مرور آن‌ها پرداخته می‌شود.

لزگی نظرگاه و همکاران [۱] تیرهای بتن مسلح تقویت شده با الیاف FRP را با استفاده از مدل اجزا محدود سه بعدی مبتنی بر روش بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک^۱ بررسی نمودند. این محقق حساسیت رفتار سازه نسبت به پارامترهای مختلف مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک را بررسی نمودند. امیرخانی و لزگی نظرگاه [۲] با استفاده از مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک، اثر محصورشدگی ناشی از خاموت در ستونهای بتن مسلح را بررسی کردند. این پژوهشگران دریافتند که مدل‌سازی خاموت در ستون به تنهایی نمی‌تواند اثر محصورشدگی را شبیه‌سازی نماید و استفاده از مدل‌های رفتاری اصلاح شده برای بتن محصور شده توسط خاموت ضروری می‌باشد. عدالت بهبهانی و همکاران [۳] یک مدل ساختاری جهت شبیه‌سازی رفتار غیرخطی مواد با پایه سیمانی تحت مسیرهای بارگیری مختلف ارائه دادند. این مدل شامل یک روش ترک پخشی^۲ چند جهته ثابت برای شبیه‌سازی شروع و انتشار ترک است. در این مرجع رفتار غیرخطی مواد در بین ترک‌ها توسط یک استراتژی عددی که ترکیبی از نظریه‌های پلاستیک و آسیب است، مورد مطالعه قرار گرفته است. در پژوهش دیگری بروزوسکی^۳ و همکاران [۴] به مدل‌سازی رفتار غیرخطی بتن در حالت دوبعدی پرداختند. مدل ساختاری پیشنهاد شده توسط این پژوهشگران بر پایه روش ترک پخشی استوار است و از مدل ترکیبی بازان^۴ برای حذف تأثیر اندازه محاسبات استفاده می‌کند. این مدل اجازه می‌دهد تا یک آنالیز غیرخطی نسبتاً ساده از مسائل بتن دوبعدی را انجام داد، اما هنوز هم شامل چندین داده ورودی است که به‌آسانی به دست نمی‌آیند. لطفی و همکاران [۵] از روش ترک پخشی برای مدل‌سازی و تحلیل اجزا محدود سه‌بعدی یک سد قوسی تحت بار زلزله استفاده نمودند. رفتار غیرخطی سد قوسی شهید رجایی در ایران، در معرض زلزله تولمزو^۵ با رفتار الاستیک خطی آن تحت همان تحریک مقایسه شده است. نتایج تحلیل‌های عددی لطفی و همکاران نشان داد که سد بسیار ترک‌خورده و توزیع مجدد تنش اتفاق خواهد افتاد. با این حال، تنش فشاری و حداکثر جابجایی‌ها به‌طور قابل توجهی تحت تأثیر ترک نخواهد بود.

پیروزنیا و مرادلو [۶] اثر اندازه و مدل‌های ترک پخشی را در آزمون مکانیک شکست بتن بررسی کردند. در واقع هدف این پژوهشگران بررسی اثر اندازه بر مدل‌های ترک پخشی بتن و بررسی این مطلب است که آیا چنین مدل‌های غیرخطی می‌توانند اثرات اندازه را نشان دهند یا خیر. در این تحلیل، مدل ترک پخشی ثابت برای نمونه‌های بتن ترک‌خورده تحت آزمون خمش سه‌نقطه‌ای^۶ ارائه و پارامترهای مختلف اثر اندازه مدل با استفاده از داده‌های به‌دست‌آمده از آزمایشگاه و تحلیل عددی ارزیابی شدند. مشیرآبادی و

¹ Concrete damaged plasticity

² Concrete smeared cracking

³ Brozovsky

⁴ Bazant

⁵ Tolmezzo

⁶ Three-point bending test

سلطانی [۷] پیاده‌سازی رویکرد ترک پخشی در بتن را با استفاده از مدل بلوک صلب و فنر^۷ بررسی کردند. هدف اصلی این مطالعه بررسی رفتار سازه‌ای و ترک‌خوردگی اعضای بتن مسلح بر مبنای روش بلوک صلب و فنر است. در این مرجع با استفاده از روابط تقریبی، یک فرآیند غیر تکراری برای تخمین کرنش‌های میلگردهای تقویت‌کننده بر اساس کرنش برشی بتن تقویت‌شده ترک‌خورده پیشنهاد شده است. نتایج این پژوهشگران نشان می‌دهد کاربرد مفهوم ترک پخشی در مدل بلوک صلب و فنر منجر به شبیه‌سازی دقیق‌تر رفتار برشی اعضای بتن مسلح ترک‌خورده می‌شود. اقاانزاده و میرزایزرگ [۸] مدل‌سازی فرآیند شکست بتن را با استفاده از ترکیب روش المان محدود توسعه یافته و روش ترک پخشی بررسی کردند. معیار انرژی گریفیث^۸ برای ثبت ویژگی‌های ناحیه پلاستیک^۹ بکار گرفته شده است ولی ریزترک‌های توزیع‌شده در داخل ناحیه پلاستیک شکست با استفاده از مفهوم ترک پخشی ثابت بر پایه انرژی تلف‌شده مدل‌سازی شده‌اند. لو^{۱۰} و همکاران [۹] از مدل ترک منفرد و ترک پخشی برای پیش‌بینی آسیب پیش‌رونده چند مقیاس در کامپوزیت‌ها استفاده نمودند. برای حل این مشکل لو و همکاران یک مدل ترک گسسته-پخشی را پیشنهاد نمودند. مدل پیشنهادی این مرجع نه تنها مبتنی بر اصول مکانیک شکست است بلکه از مزایا و خصوصیات مدل ترک پخشی نیز بهره می‌برد. در این روش برای مدل‌سازی ترک‌های منحصربه‌فرد و مشخص ماتریس در مراحل اولیه انتشار از مدل ترک گسسته استفاده می‌شود. متعاقباً، انتقال تطبیقی از مدل ترک گسسته به مدل ترک گسسته-پخشی صورت می‌پذیرد. ترک‌های بحرانی به صورت منفرد حفظ می‌شوند، درحالی‌که ترک‌های بخش‌های غیرحساس به وسیله‌ی مدل آسیب پخشی مدل‌سازی می‌شوند. کوک^{۱۱} و همکاران [۱۰] ترک‌خوردگی مواد شکننده ناهمگن را با استفاده از یک مدل ترک پخشی چندجهته^{۱۲} بررسی کردند. در این مرجع، مفهوم نوار ترک پخشی به همراه مدل ترک چند جهتی برای شبیه‌سازی ترک‌خوردگی در تحلیل المان محدود به کار رفته است. مدل پیشنهادی در این مرجع اجازه می‌دهد ترک‌ها در جهت‌گیری‌های مختلف شکل بگیرند. رویکرد ترک چند جهتی قادر به کاهش رفتار قفل‌شدگی تنش است که اغلب در مدل‌های مبتنی بر ترک ثابت اغلب مشاهده می‌گردند.

حریری اردبیلی و سیدکولبادی [۱۱] ترک‌خوردگی و ناپایداری سدهای بتنی را با استفاده از روش ترک پخشی بررسی کردند. در این مرجع یک مدل ترک پخشی چرخشی سه‌بعدی بهبود یافته با قابلیت به‌روزرسانی ضریب انتقال برش متغیر^{۱۳} مورد استفاده قرار گرفته است. مستوفی‌نژاد و طلائی‌طبا [۱۲] مدل‌سازی غیرخطی تیرهای بتن مسلح با استفاده از مدل ترک پخشی را انجام دادند. هدف این مرجع بررسی امکان تجزیه و تحلیل غیرخطی تیرهای بتن مسلح در معرض پیچش با استفاده از مدل ترک پخشی است. نتایج نشان داد که گرچه مدل ترک پخشی قادر است برآورد نسبتاً قابل قبولی از ظرفیت تحمل بار نمونه‌ها مانند الگوی ترک‌خوردگی و کرنش شکست آن‌ها داشته باشد، با این حال، این مدل زوایای پیچش را کمتر از مقدار واقعی به دست می‌دهد. هو^{۱۴} و همکاران [۱۳] با استفاده از مدل ترک پخشی فرآیند شکست هیدرولیکی در اجرام سنگی را شبیه‌سازی نمودند. در این مرجع از یک مدل المان محدود غیرخطی جفت شده^{۱۵} سیال-جامد استفاده شده است. برای مدل‌سازی رفتار غیرخطی مصالح مدل ترک پخشی بتن

⁷ Rigid block and spring model

⁸ Griffith energy criterion

⁹ Fracture plastic zone

¹⁰ Lu

¹¹ Cook

¹² Multi-directional smeared crack band model

¹³ Variable shear transfer coefficient

¹⁴ Hu

¹⁵ Coupled

بکار گرفته شده است. نتایج عددی این مرجع برتری فرمولاسیون پیشنهادی نسبت به سایر مدل‌های ترک را نشان می‌دهد. عدالت بهبهانی و همکاران [۱۴] آسیب پلاستیک سه‌بعدی چندجهته با رویکرد ترک پخشی برای مدل‌سازی سازه‌های بتنی را مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش یک رابطه ساختاری برای شبیه‌سازی رفتار شکست سازه‌های بتنی در معرض بارگذاری چند محوره ارائه شده است. مدل پیشنهادی براساس ترکیبی از مدل ترک ثابت چندجهته برای شبیه‌سازی شروع ترک و انتشار آن و یک مدل آسیب-پلاستیک به‌منظور شبیه‌سازی رفتار بتن سالم بین ترک‌ها است.

گراسل^{۱۶} و ژیراسک^{۱۷} [۱۵] یک مدل ساختاری براساس ترکیب مکانیک آسیب و پلاستیسیته برای تجزیه و تحلیل شکست سازه‌های بتنی ارائه نمودند. هدف نویسندگان این مرجع به دست آوردن یک مدل است که ویژگی‌های مهم فرآیند شکست بتن در معرض بارگذاری چندمحوری را پیش‌بینی نماید. این مسئله با ترکیب یک مدل پلاستیسیته مبتنی بر تنش مؤثر با مدل آسیب براساس معیارهای کرنش پلاستیک و الاستیک حل شده است. احمد^{۱۸} و همکاران [۱۶] یک مدل آسیب‌دیده پلاستیک برای بتن با استفاده از متغیرهای آسیب اسکالر ارائه نمودند. در این مرجع، مدل آسیب پلاستیک جدید بتن مبتنی بر یک تجزیه تنش جدید است تا بتواند آسیب‌های ناشی از خرابی‌های برشی را لحاظ نماید. فنگ^{۱۹} و همکاران [۱۷] رفتار چرخه‌ای دیوارهای برشی بتنی مسلح با استفاده از مدل آسیب‌دیده پلاستیک بررسی نمودند. در این مرجع، یک روش تحلیل منطقی برای مدل‌سازی رفتار چرخه‌ای سازه‌های دیوار برشی بتنی ارائه شده است که مبتنی بر مدل آسیب‌دیده پلاستیک نرم شونده است که اخیراً توسعه یافته و در آن اثر نرم شوندگی فشاری بتن مسلح در نظر گرفته می‌شود و قادر به توصیف رفتارهای واقعی مصالح بتنی است.

رنجبران و روستا [۱۸] تحلیل ارتعاش آزاد اعضای ترک‌خورده را بررسی نمودند. در این مرجع یک معادله حاکم واحد برای هر عضو ترک‌خورده ارائه شده است. معادله حاکم حاصل شده یک معادله دیفرانسیل معمولی ساده است که با استفاده از فرمول‌بندی المان محدود حل شده است. قاسم^{۲۰} و همکاران [۱۹] یک مدل آسیب‌دیده پلاستیک بهبود یافته و واسنجی^{۲۱} شده برای شبیه‌سازی دقیق و کارآمد سازه‌های مسلح ترک‌خورده تحت شرایط بارگذاری مختلف ارائه نمودند. این مدل با در نظر گرفتن اثرات نرم‌شوندگی فشاری و سخت‌شوندگی کششی بهبود یافته است. مدل بهبود یافته قاسم و همکاران قادر است پاسخ سازه‌های بتن مسلح را بسیار دقیق‌تر پیش‌بینی نماید. صالح و همکاران [۲۰] رفتار تیرهای عمیق بتن مسلح که در قسمت جان آن‌ها بازشو تعبیه شده است را بررسی نمودند. این پژوهشگران از شبیه‌سازی‌های عددی مبتنی بر مدل بتن آسیب‌دیده پلاستیک استفاده نمودند. با ترکیب جداگانه نظریه پلاستیسیته و مکانیک آسیب، زارکوفیک^{۲۲} و جوانوفیک^{۲۳} [۲۱] یک مدل ساختاری جدید برای تحلیل موضعی بتن ارائه نمودند. آن‌ها تابع تسلیم انتخاب شده در بخش نظریه پلاستیسیته را به طور ویژه‌ای با متغیرهای سخت‌شوندگی در فضای تنش‌های اصلی تطبیق دادند به گونه‌ای که بتواند سخت‌شوندگی مواد تحت بارگذاری چرخه‌ای را مستقلاً توصیف نماید. فاکه^{۲۴} و

¹⁶ Peter Grassl

¹⁷ Jirásek

¹⁸ Ahmed

¹⁹ De-Cheng Feng

²⁰ Qasem

²¹ Calibration

²² Žarković

²³ Jovanović

²⁴ Fakeh

همکاران [۲۲] برای اولین بار از مدل آسیب‌دیده‌ی پلاستیک برای پیش‌بینی رفتار بتن‌های با عملکرد فوق‌العاده بالا^{۲۵} استفاده نمودند. این پژوهشگران پارامترهای مدل آسیب‌دیده‌ی پلاستیک را در نرم‌افزار ABAQUS به گونه‌ای واسنجی نمودند تا قابل استفاده برای شبیه‌سازی اجزا محدود بتن‌های با عملکرد فوق‌العاده بالا نیز باشد.

مرور ادبیات فنی نشان می‌دهد که برای شبیه‌سازی رفتار غیرخطی بتن و پیش‌بینی نحوه گسترش ترک در آن اغلب از دو روش استفاده می‌شود: مدل ترک پخشی و مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک. هر یک از دو مدل بتن غیرخطی فوق‌الذکر دارای مزایای خاصی می‌باشند. تاکنون مطالعه جامعی در رابطه با این موضوع که کدام مدل بتن غیرخطی مناسب‌تر برای مدل‌سازی سه‌بعدی اجزا محدود تیرهای بتن مسلح است، انجام نشده است. هدف از این پژوهش یافتن پاسخی برای پرسش اساسی فوق است. در واقع اهداف ذیل در این پژوهش دنبال می‌گردد:

- بررسی دقت هر یک از دو مدل بتن پخشی و بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک جهت تحلیل اجزا محدود سازه‌های بتن مسلح
- بررسی مشکلات عددی و همگرایی هر یک از دو مدل بتن پخشی و بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک
- تعیین حدود کاربرد مناسب برای هر یک از دو مدل بتن پخشی و بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک جهت تحلیل سازه‌ها

۲- معرفی مدل‌های رفتاری بتن

در این قسمت دو مدل رفتاری ترک پخشی و بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک معرفی شده‌اند. نمودار رفتار بتن قبل از ایجاد ترک‌های کششی و فشاری در این دو مدل یکسان می‌باشد و در واقع تفاوت این دو مدل رفتاری پس از ایجاد ترک مشهود می‌گردد. پس از آنکه نخستین ترک پدید آمد، در مدل ترک پخشی فرض می‌شود که بتن دیگر یک ماده همسانگرد نبوده و به شکل یک ماده ارتوتروپیک حول یکی از محورهای اصلی هم‌جهت شده با امتداد ترک رفتار می‌نماید. با این وجود، در مدل آسیب پلاستیک فرض بر این است که پس از ترک‌خوردگی بتن همچنان به شکل یک ماده همسانگرد پیوسته رفتار می‌نماید که در آن تغییرشکل‌های پلاستیک هم‌زمان با کاهش ثابت‌های الاستیک ماده رخ می‌دهد.

۲-۱- مدل ترک پخشی

در این روش ترک به صورت نواری که در داخل المان پخش شده است، در نظر گرفته می‌شود. در این روش فرض می‌شود که سختی مصالح در جهت عمود بر ترک به صفر یا مقدار مشخصی، کاهش می‌یابد. در این روش المان‌بندی سازه تغییر نمی‌کند. در روش ترک پخشی عاملی که باعث کاهش سختی در جهت مود اول شکست می‌شود، ضریب کاهش نامیده می‌شود. هم‌چنین عاملی که مود دوم و سوم تأثیر می‌گذارد، ضریب بقا برش نامیده می‌شود. در مدل ترک پخشی، شروع فرآیند ترک‌خوردگی در مکان و زمانی اتفاق می‌افتد که تنش‌های بتن به یکی از سطوح خرابی کششی، فشاری، یا کششی-فشاری برسد. در روش ترک پخشی، بتن به‌عنوان یک ماده ارتوتروپیک با محورهای اصلی نرمال و موازی با جهت ترک در نظر گرفته می‌شود، سپس روابط تنش-کرنش در مختصات ترک محاسبه می‌گردد [۲۳]. در مدل ترک پخشی هنگامی که تنش‌های اصلی به طور عمده فشاری باشند رفتار ماده به صورت غیرخطی در نظر گرفته می‌شود. در این مدل معمولاً تنش اصلی کششی حداکثر نشان‌دهنده جهت تشکیل ترک است. وقتی ترک تشکیل می‌شود در سیستم مختصات محلی یکی از محورها عمود به سطح ترک می‌باشد. مدل ترک پخشی از طریق ترکیب سه عامل تعریف می‌شود: یک معیار شکست (ثابت یا خطی)، انتقال برش از طریق ترک و رفتار نرم شوندگی مصالح. در این روش، چنین فرض می‌شود

²⁵ Ultra-high performance concrete

که بتن ترک خورده به صورت یک محیط پیوسته باقی می ماند، این بدان علت است که ترکها به شکلی پخش شده هستند. مدل ترک پخشی این گونه است که یک ترک منفرد تنها را با تعداد نامحدودی از ترکهای موازی در سراسر جزء بتنی ترک خورده جایگزین میکند. این ترکها موازی فرض می شوند و در صفحات عمود بر جهت تنش (کرنش) اصلی حداکثر تشکیل می شوند. پس از آنکه نخستین ترک پدید آمد، فرض می شود که بتن ترک خورده دیگر به شکل یک ماده همسانگرد نبوده و به شکل یک ماده ارتوتروپیک یا ایزوتروپیک جانبی حول یکی از محورهای اصلی هم جهت شده با امتداد ترک رفتار می نماید.

قبل از ترک خوردن، فرض می شود بتن یک ماده الاستیک خطی همسانگرد می باشد. با این وجود، شروع ترک خوردن خواص مصالح ارتوتروپیک را نشان می دهد و روابط ساختاری افزایشی جدیدی باید استخراج گردد. این امر با تغییر در سختی مماسی مصالح صورت می گیرد. برای مثال، در مورد مسائل تنش صفحه ای، روابط تنش-کرنش نموی در جهت ترک خوردگی به صورت زیر است [۲۳]:

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_n \\ d\sigma_t \\ d\tau_m \end{Bmatrix} = \mathbf{C}_t \begin{Bmatrix} d\varepsilon_n \\ d\varepsilon_t \\ d\gamma_m \end{Bmatrix} \quad (1)$$

در رابطه فوق ماتریس سختی مماسی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mathbf{C}_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & \beta G \end{bmatrix} \quad (2)$$

نمو کرنش جانبی، $d\varepsilon_z$ که در آن Z محور عمود بر محورهای t و n هست مقدار زیر را دارد:

$$d\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E} d\sigma_t \quad (3)$$

که در روابط فوق E و G به ترتیب مدول الاستیسته و مدول برشی هستند و ν نسبت پواسون می باشد. در رابطه بالا مدول الاستیسته بتن در جهت عمود بر ترک تا صفر کاهش می یابد (محور n)، افزون بر آن این که یک مدول برشی کاهش یافته βG به ترک خورده در نظر گرفته می شود تا اثر قفل و بست مصالح دانه ای مدنظر قرار گرفته باشد. مقدار β اابت از پیش انتخاب شده به صورت $0 \leq \beta \leq 1$ تر کارهای عملی هنگامی که ترک باز است مقدار فرض می شود $\beta = 0$ که ترک بسته است می باشد. برای محاسبه $\beta = 1$ سختی، ضروری است ماتریس سختی مماسی \mathbf{C}_t با دستگاه مختصات کلی منطبق شود. این امر با استفاده از قوانین معروف انتقال تانسورهای تنش و کرنش صورت می گیرد که به وسیله آنها ماتریس سختی مماسی \mathbf{C}_t در مختصات کلی به صورت زیر به دست می آید:

$$\mathbf{C} = \mathbf{T}^T \mathbf{C}_t \mathbf{T} \quad (4)$$

در این رابطه \mathbf{T} ماتریس انتقال است که جهات اصلی را به جهات ترک مربوط می سازد.

۲-۲- مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک

این مدل پیوسته بر پایه تئوری پلاستیسیته و تئوری آسیب بتن است. تابع تسلیم مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک بر حسب تنش‌های مؤثر به شکل زیر قابل بیان است [۲۴، ۲۵]:

$$F(\bar{\sigma}, \tilde{\varepsilon}_{\square}^{pl}) = \frac{1}{1-\alpha} (\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta(\tilde{\varepsilon}_{\square}^{pl})(\hat{\sigma}_{max}) - \gamma(-\hat{\sigma}_{max})) - \bar{\sigma}_c(\tilde{\varepsilon}_t^{pl}) \quad (5)$$

در معادله بالا، \bar{p} : تنش فشاری هیدرواستاتیک است در حالی که \bar{q} : تنش مؤثر معادل فون میسز^{۲۶} را نشان می‌دهد. $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$ و $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$ کرنش‌های پلاستیک معادل در کشش و فشار هستند. پارامتر α ظاهر شده در معادله (۱) را می‌توان طبق رابطه‌ی زیر محاسبه کرد:

$$\alpha = \frac{(f_{b0}/f_c) - 1}{2(f_{b0}/f_c) - 1} \quad (6)$$

که در آن f_{b0} مقاومت فشاری دو محوره بتن و f_c مقاومت فشاری تک محوره است. تابع $\beta(\tilde{\varepsilon}_{\square}^{pl})$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\beta(\tilde{\varepsilon}_{\square}^{pl}) = \frac{\bar{\sigma}_c(\tilde{\varepsilon}_c^{pl})}{\bar{\sigma}_t(\tilde{\varepsilon}_c^{pl})} (1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad (7)$$

در رابطه‌ی فوق، $\bar{\sigma}_t$ و $\bar{\sigma}_c$ به ترتیب تنش‌های کششی و فشاری مؤثر هستند. قابل ذکر است که علامت $\langle \rangle$ که در معادله (۵) ظاهر شده براکت ماکایولی^{۲۷} است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\langle x \rangle = \frac{1}{2} (|x| + x) \quad (8)$$

متغیر γ در رابطه‌ی (۵) پارامتری است که شکل سطح تسلیم را تعریف می‌کند. این پارامتر را می‌توان از رابطه‌ی زیر محاسبه کرد:

$$\gamma = \frac{3(1-K)}{2K-1} \quad (9)$$

که در آن K بیانگر نسبت کشش به فشار نصف النهاری^{۲۸} بوده و شکل سطح تسلیم را در صفحه انحرافی تعریف می‌کند. اگر سختی الاستیک اولیه مصالح E_0 باشد، روابط تنش-کرنش مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک تحت بارگذاری کششی و فشاری تک محوری به ترتیب عبارت‌اند از:

$$\sigma_t = (1 - d_t)E_0(\varepsilon_t - \tilde{\varepsilon}_t^{pl}) \quad (10)$$

$$\sigma_c = (1 - d_c)E_0(\varepsilon_c - \tilde{\varepsilon}_c^{pl}) \quad (11)$$

تنش‌های کششی و فشاری مؤثر که اندازه سطح تسلیم (گسیختگی) را تعیین میکنند، به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\bar{\sigma}_t = \frac{\sigma_t}{(1 - d_t)} = E_0(\varepsilon_t - \tilde{\varepsilon}_t^{pl}) \quad (12)$$

$$\bar{\sigma}_c = \frac{\sigma_c}{(1 - d_c)} = E_0(\varepsilon_c - \tilde{\varepsilon}_c^{pl}) \quad (13)$$

²⁶ Von Mises

²⁷ Macauley

²⁸ Meridian

در روابط فوق، d_c و d_t به ترتیب بیانگر متغیرهای آسیب بتن در کشش و فشار می‌باشند. متغیرهای آسیب می‌تواند از مقدار صفر، در مصالح آسیب‌دیده تا عدد یک که نشان‌دهنده از بین رفتن کامل مقاومت است، متغیر باشند. روابط تنش-کرنش برای شرایط چند محوره‌ی سه‌بعدی بصورت زیر تعمیم می‌یابد:

$$\sigma = (1 - d)C_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (14)$$

که C_0^{el} ماتریس الاستیک اولیه (آسیب‌نندیده) است.

۳- شبیه‌سازی المان محدود نمونه‌های مورد بررسی

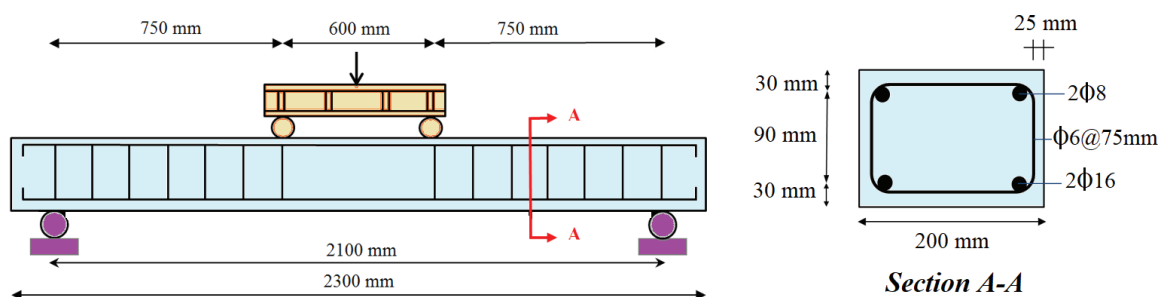
در این بخش به معرفی سازه‌های بتن مسلح مورد بررسی پرداخته شده است که شامل تیر بتن مسلح، دیوار برشی بتن مسلح، تیر-ستون و ستون بتنی مسلح می‌باشند. مشخصات هندسی، جزییات میلگردگذاری، مشخصات مصالح مصرفی، شرایط تکیه‌گاهی، شرایط بارگذاری و نحوه مدل‌سازی اجزا محدود این سازه‌های بتن مسلح در این قسمت بیان گردیده‌اند.

۱-۳- تیر بتن مسلح

تیر بتن مسلح مورد مطالعه در این پژوهش تحت بار استاتیکی چهار نقطه‌ای قرار گرفته است. جزییات هندسه، شرایط بارگذاری و جزییات میلگردهای تیر بتن مسلح مورد مطالعه در شکل ۱ ارائه شده است. مطابق شکل ۱، تیر توسط تکیه‌گاه غلتکی پشتیبانی می‌شود که تنها جابجایی عمودی را محدود می‌نماید. مشخصات مکانیکی بتن و فولاد در جدول ۱ نشان داده شده‌اند. لازم به ذکر است که این تیر قبلاً توسط رحیمی و هاتچینسون^{۲۹} [۲۶] بصورت آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار گرفته است.

جدول ۱. مشخصات مکانیکی بتن و فولاد (تیر بتن مسلح)

نسبت پوآسون	مقاومت کششی (مگاپاسکال)	مقاومت فشاری (مگاپاسکال)	مقاومت تسلیم (مگاپاسکال)	مدول الاستیسیته (مگاپاسکال)	
۰/۲	۳	۵۸/۶	-	۲۵۰۰۰	بتن
۰/۳	-	-	۵۷۵	۲۱۰۰۰۰	فولاد



شکل ۱. جزییات هندسه تیر بتنی مسلح، شرایط بارگذاری و جزییات میلگردها

²⁹ Hutchinson

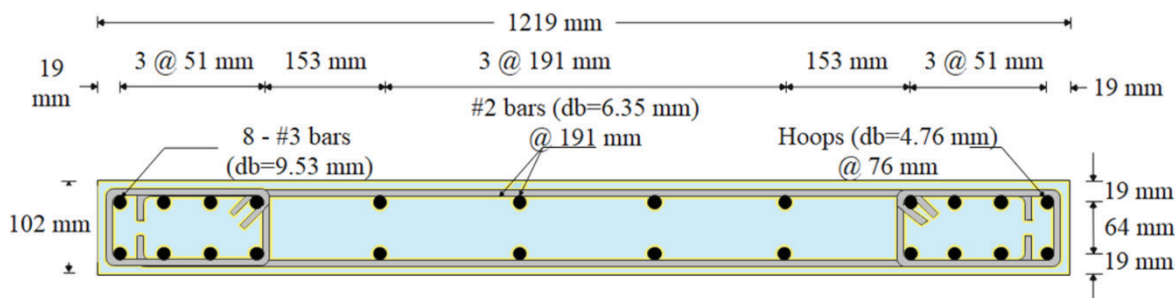
با توجه به اینکه از مدل‌های سه بعدی در مقایسه با مدل‌های دو بعدی و یک بعدی بیشتر به واقعیت نزدیکتر می‌باشند، در فرایند شبیه‌سازی اجزا محدود، از المان مکعبی ۸ گرهی (C3D8R) برای مدل‌سازی بتن استفاده شده است. همچنین با در نظر گرفتن این واقعیت که نیرویهای موجود در میلگردهای فولادی اغلب بصورت کششی و فشاری می‌باشند، این اعضا با کمک المان‌های خرابایی دو گرهی (T3D2) مدل‌سازی شده‌اند. فرض شده است بتن و فولاد به‌طور کامل به یکدیگر متصل شده‌اند و بین آن‌ها لغزشی ایجاد نمی‌شود. علت چنین فرضی این است که میلگردهای مدفون در سازه از جنس آجدار بوده و علاوه بر این، رعایت الزامات طراحی آیین‌نامه‌ای اغلب تضمین می‌نماید که لغزشی در سطح تماس بین بتن و فولاد رخ ندهد. برای کاهش زمان محاسبه، نصف تیر با استفاده از شرایط تقارن مدل شده است.

۳-۲- دیوار برشی بتن مسلح

در این قسمت، یک دیوار برشی به ارتفاع ۳/۶۶ متر انتخاب شده است. دیوار برشی مورد مطالعه قبلاً توسط اوراکال^{۳۰} و والاس^{۳۱} [۲۷] بصورت تجربی بررسی شده است. این دیوار در معرض یک بار جانبی متمرکز است که به بالای آن وارد می‌شود. در شکل ۲ جزئیات هندسی سطح مقطع و همچنین نحوه میلگرد گذاری دیوار برشی مسلح به نمایش گذاشته شده است. جدول ۲ مشخصات مکانیکی بتن و فولاد را نشان می‌دهد.

جدول ۲. مشخصات مکانیکی بتن و فولاد (دیوار برشی)

مدول الاستیسیته (مگاپاسکال)	مقاومت تسلیم (مگاپاسکال)	مقاومت فشاری (مگاپاسکال)	مقاومت کششی (مگاپاسکال)	نسبت پواسون
۲۶۱۷۲	-	۳۱/۶	۲	۰/۱۵
۲۰۰۰۰	۴۲۰	۶۰۰	۶۰۰	۰/۳



شکل ۲. جزئیات هندسی سطح مقطع دیوار برشی به‌مراه جزئیات میلگردهای طولی و عرضی

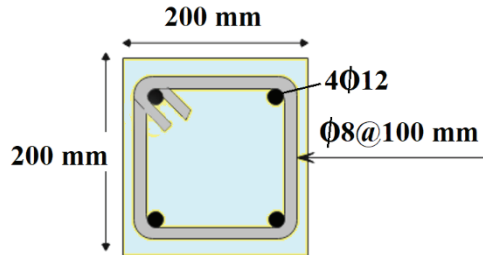
رفتار سازه‌ای دیوار برشی بتنی با استفاده از مدل‌سازی اجزا محدود سه بعدی بررسی شده است. برای مش‌بندی دیوار برشی از المان مکعبی ۸ گرهی با اندازه‌ی ۲×۶×۹ سانتی‌متر استفاده شده است. برای میلگردهای طولی، خاموت‌ها و قلاب‌های عرضی از المان‌های خرابایی دو گرهی استفاده شده است. فرض شده است بتن و فولاد به‌طور کامل به یکدیگر متصل شده‌اند و بین آن‌ها لغزشی ایجاد نمی‌شود.

³⁰ Orakcal

³¹ Wallace

۳-۳- ستون بتن مسلح

در این قسمت یک نمونه ستون بتنی مسلح که قبلاً توسط سلیمان^{۳۲} و همکاران [۲۸] بصورت تجربی تست شده است، مورد مطالعه قرار گرفته است. طول این ستون ۱/۴ متر بوده و در معرض یک بار محوری تا آستانه گسیختگی واقع شده است. سطح مقطع ستون به همراه جزئیات میلگردهای طولی و عرضی آن در شکل ۳ نشان داده شده‌اند. مشخصات مکانیکی بتن و فولاد نیز در جدول ۳ داده شده است.



شکل ۳. سطح مقطع ستون بتن مسلح و جزئیات میلگردهای طولی و عرضی

جدول ۳. مشخصات مکانیکی بتن و فولاد (ستون)

نسبت پواسون	مقاومت کششی (مگاپاسکال)	مقاومت فشاری (مگاپاسکال)	مقاومت تسلیم (مگاپاسکال)	مدول الاستیسیته (مگاپاسکال)	
۰/۱۵	۲	۳۸	-	۲۲۳۶۱	بتن
۰/۳	-	-	۲۴۰	۲۰۰۰۰۰	فولاد

برای مدل‌سازی بتن، المان‌های هشت گرهی مکعبی با سه درجه آزادی انتقالی بکار گرفته شده است. برای مدل‌سازی فولاد تسلیح‌کننده از المان‌های خرپایی دو گرهی استفاده شده است. همچنین فرض شده است که بین بتن و فولاد تقویت‌کننده هیچ لغزشی ایجاد نمی‌شود. شرایط تکیه‌گاهی متناظر با شرایط آزمایشگاهی با محدود کردن درجات آزادی در نقاط مورد نظر به ستون اعمال شده اعمال شده است. بارگذاری با اعمال تغییر مکان به مدل اجزا محدود شبیه‌سازی شده است.

۳-۴- تیر-ستون بتن مسلح

به‌عنوان آخرین نمونه، یک تیر-ستون که آزمایش‌های تجربی روی آن قبلاً توسط باررا^{۳۳} و همکاران [۲۹] انجام شده، مورد بررسی قرار گرفته است. مطابق شکل ۴، سطح مقطع این تیر-ستون برابر ۱۵۰×۱۴۰ میلی‌متر بوده و طول آن ۳/۳ متر می‌باشد. این ستون ابتدا در معرض یک‌بار محوری ثابت به میزان ۱۵۰۰ کیلو نیوتن قرار گرفته و سپس در معرض نیروی جانبی یکنواخت گرفته تا گسیخته گردد. هر نیمه ستون دارای طول ۱/۵ متر بین تکیه‌گاه و جز مرکزی است که ۱/۳۲ متر از آن دارای میلگرد مسلح‌کننده است. مطابق شکل ۴، طول جز کوتاه میانی این تیر-ستون برابر ۳۰ سانتی‌متر است. علاوه بر این $A_s = 6\phi 10$ و $A_{st} = \phi 6 @ 100$ می‌باشد. مشخصات مکانیکی مصالح بتن و فولاد در جدول ۴ نشان داده است.

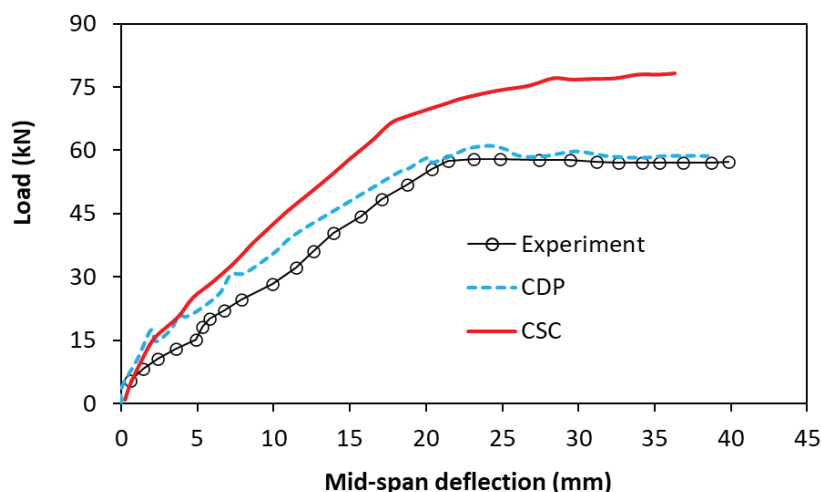
³² Soliman

³³ Barrera

جدول ۵. بررسی اثر ابعاد المان بر حداکثر ظرفیت باربری تیر بتنی

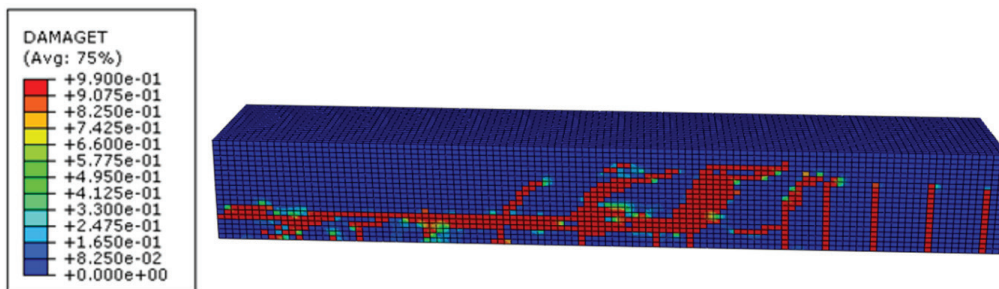
۱۱۱	۲۲۲	۳۳۳	۴۴۴	۵۵۵	ابعاد المان (سانتیمتر)
۷۸/۲۴	۷۸/۲۵	۷۸/۲۹	۷۹/۵۰	۸۷/۹۶	حداکثر ظرفیت باربری (کیلو نیوتن)

در شکل ۵، منحنی‌های نیرو-خیز به دست آمده با استفاده از این دو مدل با منحنی آزمایشگاهی مقایسه شده‌اند. در این نمودار عبارت اختصاری CDP بیانگر مدل رفتاری «بتن آسیب‌دیده الاستیک» و عبارت اختصاری CSC بیانگر مدل رفتاری «بتن پخشی» می‌باشد. ملاحظه می‌شود که نتایج مدل بتن آسیب‌دیده پلاستیک تطابق بیشتر و نزدیک‌تری با نتایج آزمایشگاهی دارد. خطای مدل آسیب‌دیده پلاستیک در پیش‌بینی ظرفیت حداکثر باربری تیر برابر با ۲۰٪ می‌باشد. این مقدار برای مدل بتن آسیب‌دیده پلاستیک برابر ۵٪ می‌باشد. میزان خطای روش ترک پخشی در برآورد جابجایی لحظه‌ی گسیختگی تیر، برابر ۹٪ می‌باشد. این مقادیر برای مدل بتن آسیب‌دیده پلاستیک برابر ۳٪ درصد می‌باشد.



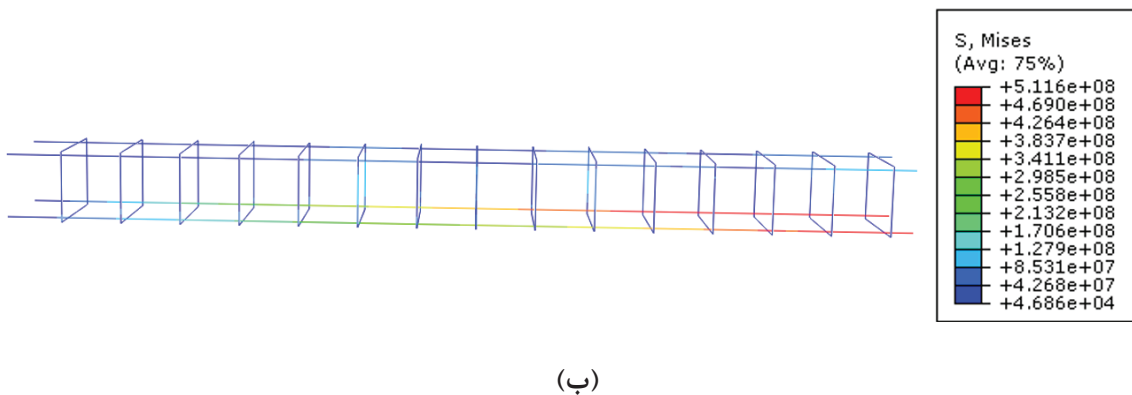
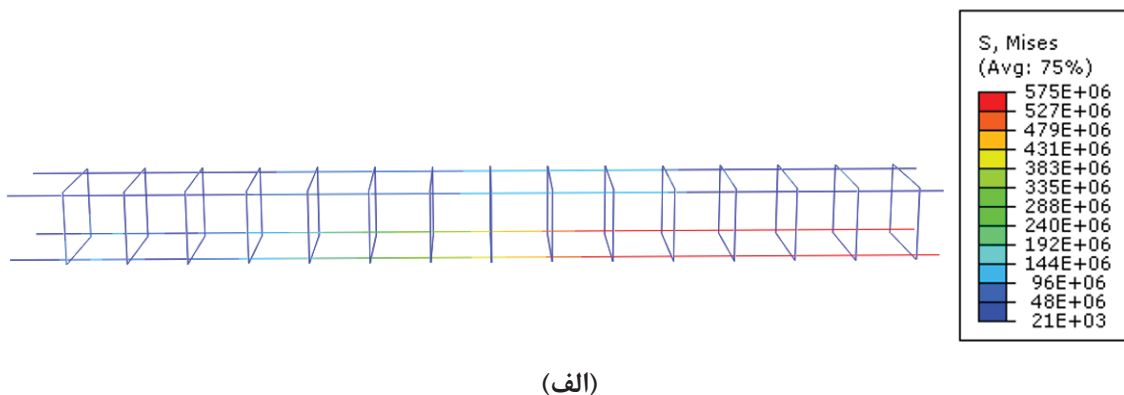
شکل ۵. تغییرات نیرو در مقابل خیز وسط دهانه‌ی تیر بتن مسلح

در شکل ۶ نحوه‌ی توزیع خرابی‌های کششی و محل ایجاد ترک‌های کششی در تیر بتن مسلح در لحظه‌ی گسیختگی به نمایش گذاشته شده است. چنانچه ملاحظه می‌شود، ترک‌های کششی عمیقی در ناحیه میانی تیر ایجاد شده است که تا نزدیکی میلگردهای فشاری گسترش پیدا کرده‌اند. با توجه به اینکه تحت بارگذاری چهار نقطه‌ای، حداکثر مقادیر لنگرهای خمشی در وسط تیر ایجاد می‌شود، ایجاد ترک‌های با زاویه قائم در این ناحیه از تیر قابل انتظار می‌باشد. با حرکت به سمت تکیه‌گاه، شاهد تشکیل ترک‌های خمشی-برشی در تیر هستیم که علت آن بیشینه بودن مقدار برش در این نواحی است. لازم به ذکر است که مدل ترک پخشی به دلیل عدم لحاظ پارامتر آسیب بتن، قادر به پیش‌بینی محل تشکیل ترک‌های کششی بتن نیست.



شکل ۶. نحوه‌ی گسترش ترک‌های کششی در تیر بتن مسلح (مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک)

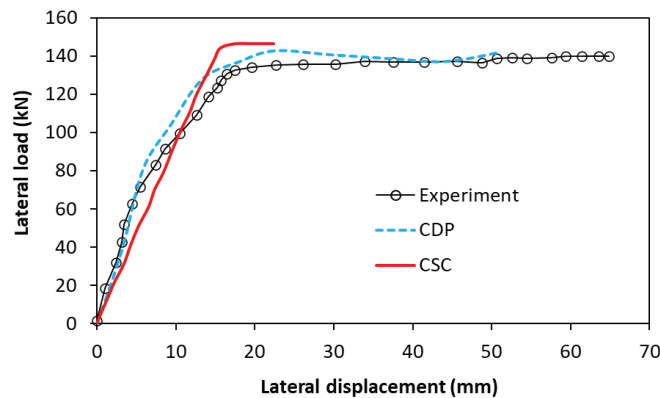
در شکل ۷ مقادیر تنش فون میسز در میلگردهای مسلح کننده مدفون در تیر بتنی در لحظه گسیختگی را نشان می‌دهد که با استفاده از دو مدل ترک پخشی و مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک محاسبه شده‌اند. همانطور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود، توزیع تنش پیش‌بینی شده توسط دو مدل مختلف در حالت کلی بر یکدیگر منطبق هستند. مدل اجزا محدود مبتنی بر روش ترک پخشی مقدار حداکثر تنش در میلگردها را برابر ۵۷۵ مگاپاسکال پیش بینی می‌نماید. این مقدار برای مدل اجزا محدود مبتنی بر روش بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک برابر ۵۱۱ مگاپاسکال می‌باشد که حدود ۱۳٪ کمتر است. علت این اختلاف در این است که مدل اجزا محدود مبتنی بر روش ترک پخشی ظرفیت حداکثر باربری تیر را حدود ۱۵٪ بیش از روش مبتنی بر بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک تخمین می‌زند.



شکل ۷. تنش فون میسز در میلگردهای مدفون در تیر: (الف) مدل ترک پخشی، (ب) مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک

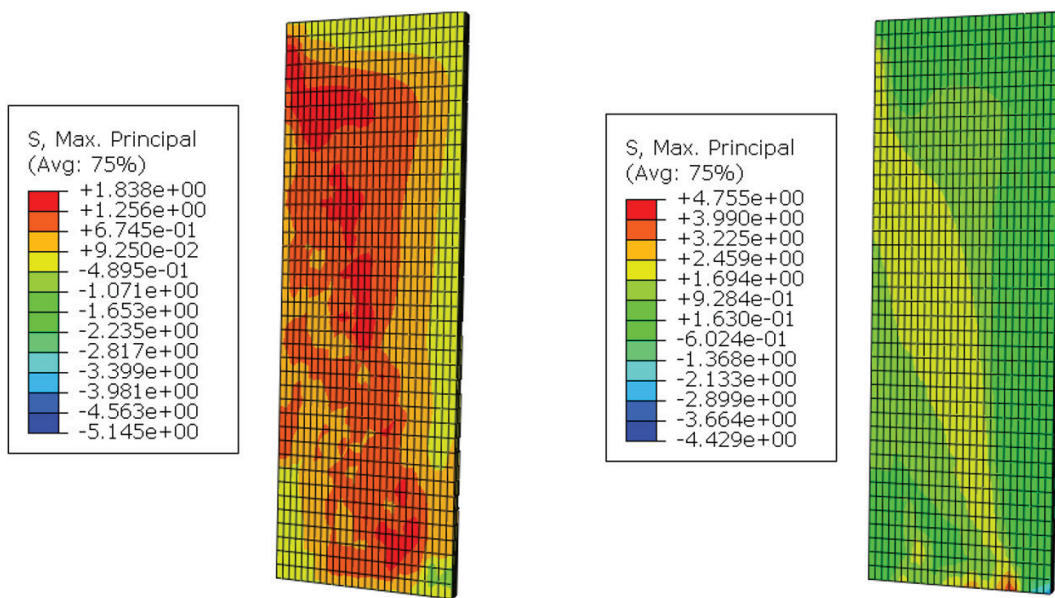
۲-۴- نتایج تحلیل دیوار برشی

در این قسمت دیوار برشی معرفی شده در بخش ۳-۲ با استفاده از دو مدل ترک پخشی و بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک تحلیل و پاسخ‌های سازه با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. نمودار نیرو-جابجایی به دست آمده از دو مدل متفاوت در شکل ۸ نشان داده شده‌اند. چنانچه ملاحظه می‌شود، مدل ترک پخشی مقدار تغییر شکل نهایی دیوار برشی را در مقایسه با مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک بسیار کمتر تخمین می‌زند. میزان خطای روش ترک پخشی در برآورد جابجایی لحظه‌ی گسیختگی دیوار، برابر ۶۵٪ می‌باشد. این مقادیر برای مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک برابر ۲۲٪ درصد می‌باشد. علت کمتر از واقعیت نشان دادن تغییرشکل نهایی سازه در روش ترک پخشی را می‌باید به حساسیت زیاد این روش به وقوع و گسترش ترک‌های کششی نسبت داد به‌گونه‌ای که پس وقوع و گسترش ترک‌های کششی اغلب مدل عددی ناپایدار شده و به همین دلیل قادر به پیش‌بینی صحیح تغییرشکل نهایی سازه نمی‌باشد. با این حال با توجه به شکل ۸ ملاحظه می‌شود که دقت دو مدل در پیش‌بینی حداکثر ظرفیت باربری دیوار برشی تقریباً مشابه یکدیگر است. مدل اجزا محدود مبتنی بر روش ترک پخشی ظرفیت باربری دیوار برشی را برابر ۱۴۶ کیلونیوتن تخمین می‌زند (۴٪ خطا) در حالیکه این مقدار برای مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک برابر ۱۴۳ کیلونیوتن است (۲٪ خطا).



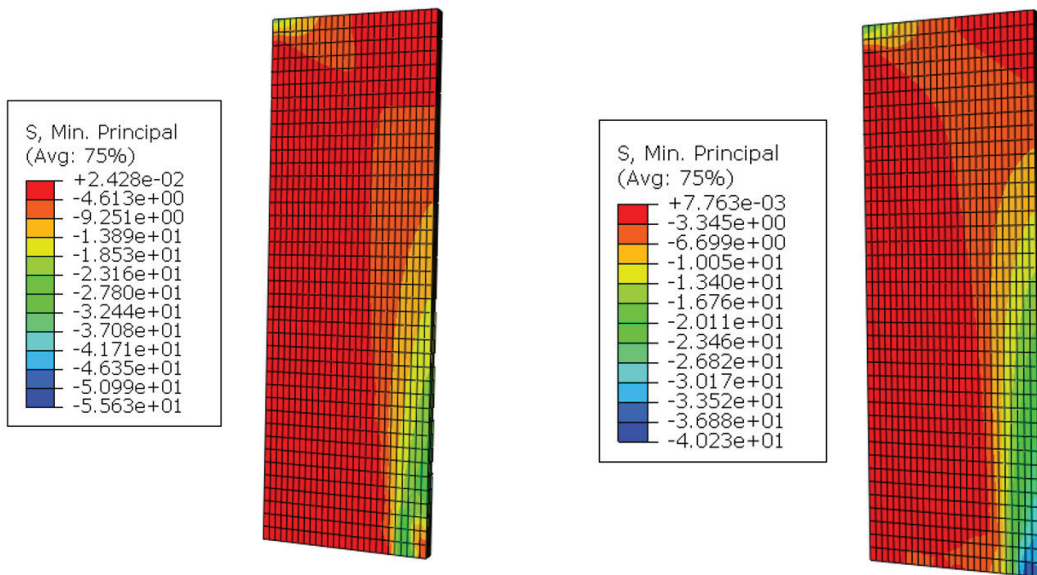
شکل ۸. نمودار نیرو-جابجایی در دیوار برشی ساخته شده از بتن مسلح

شکل ۹ نحوه‌ی توزیع تنش‌های اصلی حداکثر در دیوار برشی را نشان می‌دهد. تنش‌های اصلی حداکثر محل‌های مستعد ترک‌های کششی بتن را نشان می‌دهد. در نقاطی از دیوار که مقدار تنش اصلی حداکثر از مقاومت کششی بتن (یعنی ۲ مگاپاسکال) تجاوز کند، در آن نقاط ترک کششی ایجاد می‌گردد. با توجه به شکل ۹ ملاحظه می‌شود که تنش‌های اصلی در نقاط واقع در نیمه سمت چپ دیوار بسیار بزرگتر از قسمت‌های واقع در سمت راست دیوار می‌باشند. با توجه به اینکه در شکل ۹ جهت بار جانبی وارده از سمت چپ به راست می‌باشد، قسمت‌های واقع در سمت راست دیوار تحت کشش بوده و مستعد ایجاد ترک کششی می‌باشند. چنانچه ملاحظه می‌شود نحوه‌ی توزیع تنش اصلی حداکثر پیش‌بینی شده توسط دو مدل مختلف تا حدی با یکدیگر متفاوت هستند. با این وجود، مشاهده می‌شود که در هر دو مدل، تنش‌های اصلی در نواحی کششی دیوار (سمت چپ دیوار) مقادیر بیشینه خود را اختیار می‌کنند. در این نواحی، مقدار تنش‌های اصلی حداکثر پیش‌بینی شده با استفاده از مدل ترک پخشی در محدوده‌ی ۱/۶۹ تا ۲/۴۶ مگاپاسکال و برای مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک در محدوده‌ی ۱/۲۶ تا ۱/۸۴ مگاپاسکال واقعند. این اعداد نشان می‌دهد که مطابق مدل ترک پخشی، بخش‌هایی از دیوار دچار ترک خوردگی کششی می‌شود ولی طبق پیش‌بینی مبتنی بر مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک، دیوار دچار ترک خوردگی کششی نمی‌شود.



شکل ۹. تنش اصلی حداکثر در دیوار برشی: (الف) مدل ترک پخشی، (ب) مدل بتن آسیب دیده پلاستیک

نحوه‌ی توزیع تنش‌های اصلی حداقل دیوار برشی در شکل ۱۰ نشان داده شده‌اند. تنش‌های اصلی حداقل محل‌های مستعد شکست‌های فشاری بتن را نشان می‌دهد. در نقاطی از دیوار که مقدار تنش اصلی حداقل از حد مقاومت فشاری بتن (یعنی $31/6$ - مگاپاسکال) تجاوز کند، در آن نقاط شکست فشاری رخ می‌دهد. با توجه به شکل ۱۰ ملاحظه می‌شود که تنش‌های اصلی در نقاط واقع در نیمه سمت راست و پایین دیوار بسیار کوچکتر از سایر قسمت‌های دیوار می‌باشند. با توجه به اینکه جهت بار جانبی وارده از سمت چپ به راست می‌باشد، قسمت‌های واقع در سمت راست و پایین دیوار تحت تنش‌های فشاری بیشینه بوده و مستعد شکست فشاری می‌باشند. مشاهده می‌شود که توزیع تنش اصلی حداقل پیش بینی شده توسط دو مدل بتن پخشی و بتن آسیب‌دیده پلاستیک بسیار به یکدیگر نزدیک می‌باشند. در هر دو مدل، تنش‌های اصلی در نواحی تحت فشار دیوار (سمت راست و پایین دیوار) کمینه مقدار خود را اختیار می‌نمایند. کمینه مقدار تنش اصلی پیش بینی شده با استفاده از مدل ترک پخشی برابر $40/23$ - مگاپاسکال و برای مدل بتن آسیب‌دیده پلاستیک برابر $37/08$ - مگاپاسکال می‌باشد.

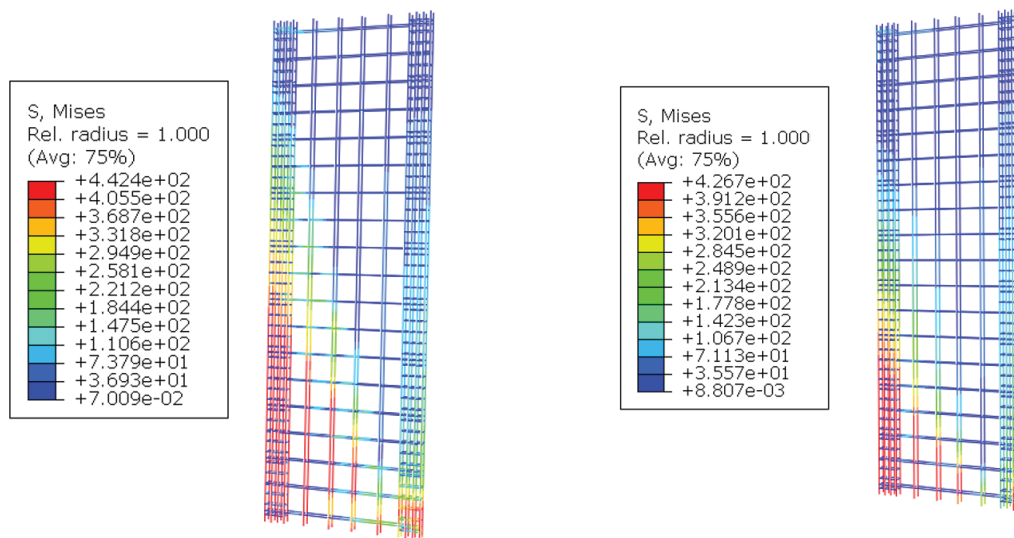


(ب)

(الف)

شکل ۱۰. تنش اصلی حداقل در دیوار برشی: (الف) مدل ترک پخشی، (ب) مدل بتن آسیب دیده پلاستیک

شکل ۱۱ مقادیر تنش فون میسز در میلگردهای دیوار برشی در لحظه گسیختگی را نشان می‌دهد که با استفاده از دو مدل ترک پخشی و مدل بتن آسیب دیده پلاستیک محاسبه شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج دو مدل تطابق مناسبی با یکدیگر دارند. در هر دو مدل میلگردهای واقع در سمت چپ دیوار برشی (ناحیه کششی دیوار) تحت بیشترین مقدار تنش هستند. مدل اجزا محدود مبتنی بر روش ترک پخشی مقدار حداکثر تنش در میلگردها را برابر ۴۲۷ مگاپاسکال پیش‌بینی می‌نماید. این مقدار برای مدل اجزا محدود مبتنی بر روش بتن آسیب دیده پلاستیک برابر ۴۴۲ مگاپاسکال می‌باشد.



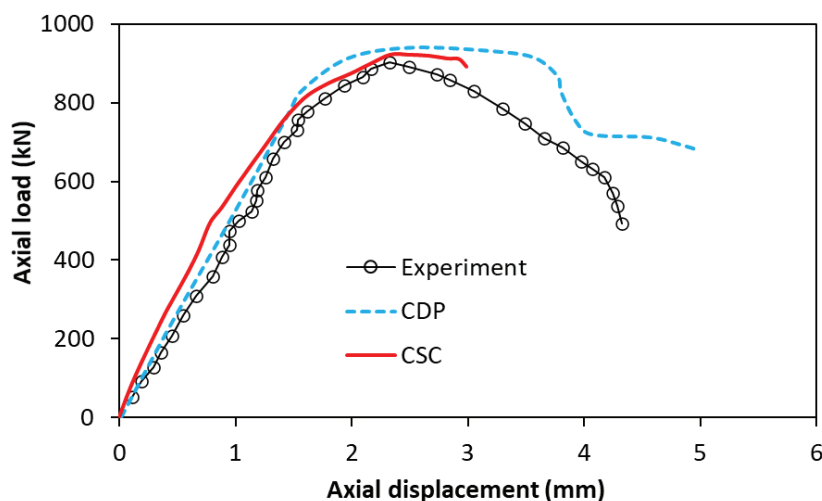
(ب)

(الف)

شکل ۱۱. تنش فون میسز در میلگردهای دیوار برشی: (الف) مدل ترک پخشی، (ب) مدل بتن آسیب دیده پلاستیک

۳-۴- نتایج تحلیل اجزا محدود ستون بتن مسلح

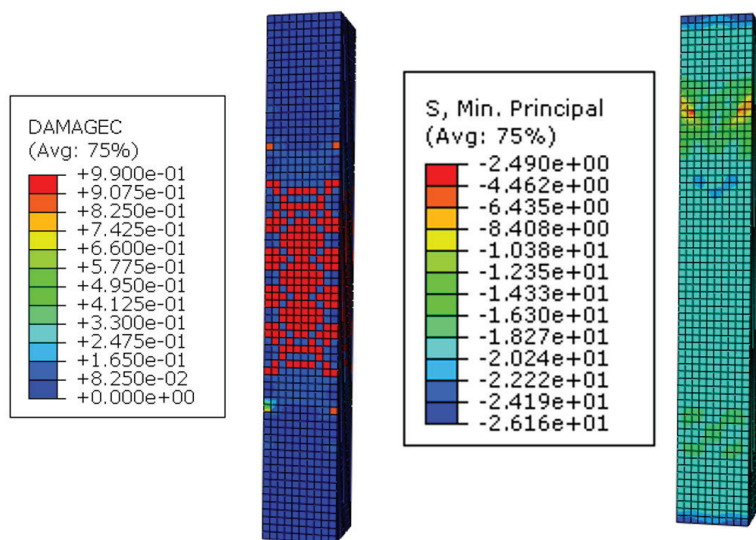
در این قسمت نتایج تحلیل ستون بتن مسلح ارائه شده است. نمودار نیرو-جابجایی ستون با استفاده از دو مدل رفتاری مختلف بتن در شکل ۱۲ با یکدیگر مقایسه شده‌اند. چنانچه ملاحظه می‌شود، دقت هر دو مدل در پیش‌بینی رفتار ستون در حوزه‌ی الاستیک و تا رسیدن به ظرفیت باربری تقریباً با یکدیگر مشابه است. با این وجود، پس از رسیدن به ظرفیت حداکثر فشاری ستون، رفتار پیش‌بینی شده توسط مدل ترک پخشی و مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک با یکدیگر متفاوت می‌شود. عملکرد دو مدل در پیش‌بینی ظرفیت باربری حداکثر ستون تقریباً مشابه یکدیگر می‌باشد. میزان خطای روش ترک پخشی در برآورد ظرفیت باربری ستون برابر ۲٪ می‌باشد. این مقادیر برای مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک برابر ۴٪ درصد می‌باشد. با این وجود، مدل ترک پخشی شکل‌پذیری ستون را بسیار کمتر از مقدار حاصل از تست تجربی پیش‌بینی می‌نماید. میزان خطای روش ترک پخشی در برآورد جابجایی لحظه‌ی گسیختگی دیوار، برابر ۳۰٪ می‌باشد. این مقادیر برای مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک برابر ۱۶٪ درصد می‌باشد. چنانچه در قسمت‌های قبلی نیز بدان اشاره شد، مدل ترک پخشی نسبت به وقوع و گسترش ترک حساس بوده بگونه‌ای که پس افزایش تعداد المان‌هایی که در کشش دچار ترک‌خوردگی یا در فشار دچار شکست^{۳۴} شده‌اند، مدل عددی ناپایدار گشته و نمی‌تواند تغییر شکل نهایی سازه را به صورت دقیق پیش‌بینی نماید.



شکل ۱۲. تغییرات نیرو نسبت به جابجایی (محوری) ستون بتن مسلح

در شکل ۱۳-الف توزیع تنش‌های اصلی حداقل در ستون بتن مسلح در لحظه گسیختگی را نشان می‌دهد که با استفاده از مدل ترک پخشی پیش‌بینی شده‌اند. شکل ۱۳-ب نحوه‌ی توزیع خرابی و شکست‌های ایجاد شده در بتن تحت فشار را نشان می‌دهد که با استفاده از مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک پیش‌بینی شده است. به دلیل عدم لحاظ پارامتر آسیب بتن، مدل ترک پخشی قادر به پیش‌بینی محل ایجاد شکست‌های فشاری در بتن نمی‌باشد. البته با استفاده از توزیع تنش‌های اصلی حداقل می‌توان تا حدودی محل تشکیل شکست‌های فشاری در بتن را با کمک مدل ترک پخشی نیز مشخص نمود. با توجه به شکل ۱۳-الف مشاهده می‌شود که تنش‌های اصلی در یک سوم ابتدا و انتهای ستون کمینه مقدار خود را دارند. به عبارت دیگر، مدل ترک پخشی محل تشکیل شکست فشاری ستون را در یک سوم بالا و پایین ستون پیش‌بینی می‌نماید. این درحالیست که مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک محل تشکیل شکست‌های فشاری در بتن را در یک سوم میانی ستون پیش‌بینی می‌نماید.

³⁴ Crushing

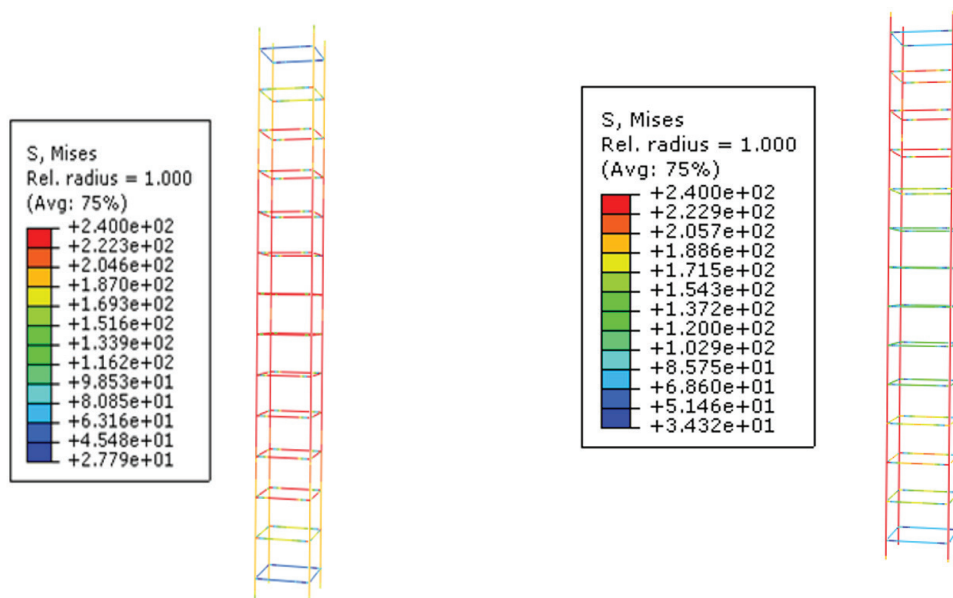


(ب)

(الف)

شکل ۱۳. (الف) نحوه‌ی توزیع تنش‌های اصلی حداقل در بتن پیش‌بینی شده با استفاده از مدل ترک پخششی، (ب) نحوه‌ی توزیع خرابی فشاری در ستون بتنی مسلح پیش‌بینی شده با استفاده از مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک

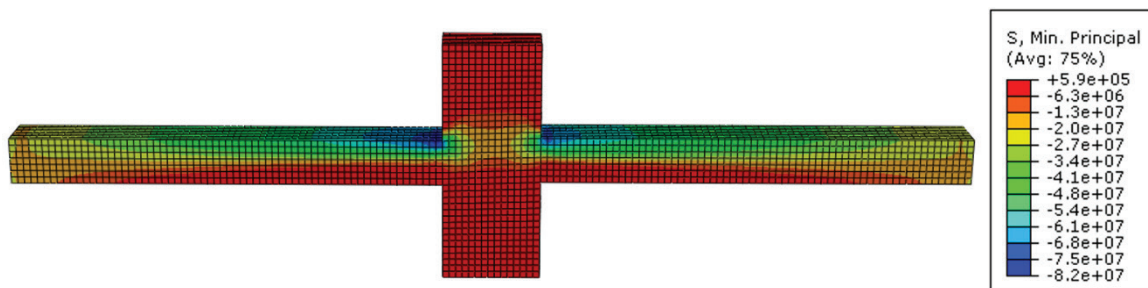
در شکل ۱۴ توزیع تنش فون میسز در میلگردهای های مسلح کننده‌ی ستون بتنی به نمایش گذاشته شده است. با صرف‌نظر از اختلاف جزئی قابل مشاهده در مقدار تنش خاموتها، نتایج دو مدل در پیش‌بینی تنش میلگردهای مدفون در ستون به یکدیگر بسیار نزدیک می‌باشد. هر دو مدل بکار گرفته شده مقدار تنش فون میسز حداکثر میلگرد در لحظه گسیختگی ستون را برابر ۲۴۰ نیوتن بر میلی‌متر مربع پیش‌بینی می‌نمایند.



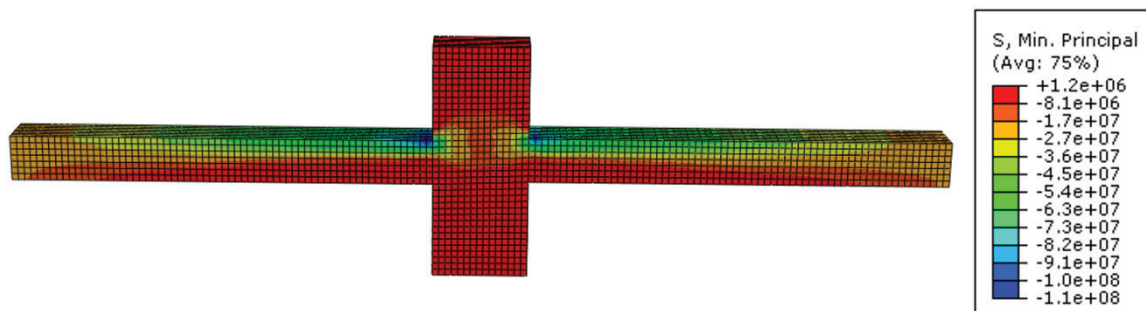
(ب)

(الف)

شکل ۱۴. تنش فون میسز در میلگردهای ستون بتن مسلح: (الف) مدل ترک پخششی، (ب) مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک



(الف)



(ب)

شکل ۱۶. توزیع تنش اصلی حداقل در تیر-ستون: (الف) مدل ترک پخشی، (ب) مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک

۵- خلاصه و نتیجه‌گیری

در این پژوهش، دقت دو مدل ترک پخشی و بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک جهت تحلیل اجزا محدود غیرخطی سازه‌های بتن مسلح مورد ارزیابی و بررسی قرار گرفت. بدین منظور سازه‌های مختلف بتن مسلح با شرایط هندسی، جزییات میلگردگذاری، شرایط مرزی و بارگذاری مختلف با استفاده از دو مدل ترک پخشی و بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک و با استفاده از روش اجزا محدود سه بعدی تحلیل شدند. دقت نتایج دو مدل بتن از طریق مقایسه نتایج عددی حاصل با نتایج آزمایشگاهی مورد ارزیابی قرار گرفت. اهم نتایج به دست آمده در این پژوهش در ذیل بصورت خلاصه آمده‌اند:

- از مشکلات روش ترک پخشی حساسیت زیاد این روش به وقوع و گسترش ترک‌های کششی است به‌گونه‌ای که اغلب مشکل ناپایداری عددی در مدل مشاهده می‌شود. مشکل عدم همگرایی و ناپایداری عددی در مدل‌های اجزا محدود مبتنی بر روش بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک کمتر از روش ترک پخشی است.

- بدلیل عدم لحاظ پارامترهای آسیب بتن، در مدل‌های اجزا محدود مبتنی بر روش ترک پخشی مشاهده ترک خوردگی بتن در کشش و یا شکست بتن در فشار ممکن نیست. روش بتن آسیب‌دیده پلاستیک برخلاف مدل ترک پخشی می‌تواند مودهای خرابی ناشی از گسیختگی کششی و فشاری بتن را نشان دهد.

- در تخمین حداکثر ظرفیت باربری سازه‌های بتن مسلح دقت روش ترک پخشی تقریباً برابر دقت مدل آسیب‌دیده‌ی پلاستیک است. دقت روش ترک پخشی در برآورد ظرفیت باربری حداکثر مدل عددی تیر، دیوار برشی، ستون و تیر-ستون به ترتیب برابر ۲۰، ۴، ۲ و ۱۷ درصد می‌باشد. این مقادیر برای مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک برابر ۵، ۲، ۴ و ۳۳ درصد می‌باشد.

● دقت مدل آسیب‌دیده‌ی پلاستیک بیشتر از مدل ترک پخشی در برآورد جابجایی لحظه گسیختگی سازه‌های بتن مسلح است. مدل ترک پخشی جابجایی لحظه گسیختگی سازه را اغلب بسیار کمتر از واقعیت تخمین می‌زند. دقت روش ترک پخشی در برآورد جابجایی لحظه‌ی گسیختگی مدل عددی تیر، دیوار برشی، ستون و تیر-ستون به ترتیب برابر ۹، ۶۵، ۳۰ و ۳۹ درصد می‌باشد. این مقادیر برای مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک برابر ۳، ۲۲، ۱۶ و ۱۴ درصد می‌باشد.

● مدل ترک پخشی برای کاربردهایی مناسب است که در آن بتن تحت کرنش یکنواخت در فشار محدود قرار می‌گیرد. دامنه کاربرد مدل بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک نسبت به مدل ترک پخشی بیشتر بوده و می‌توان از آن در مواردی که بتن تحت کرنش‌های غیریکنواخت کششی و فشاری قرار می‌گیرد نیز استفاده نمود.

با توجه به اینکه در پژوهش حاضر بارگذاری وارد بر سازه‌های بتن مسلح تنها بصورت استاتیکی در نظر گرفته شده است، مقایسه دقت مدل ترک پخشی و بتن آسیب‌دیده‌ی پلاستیک در تحلیل سازه‌های بتنی تحت بارهای دینامیکی و چرخه‌ای جهت ادامه مطالعات پیشنهاد می‌گردد. علاوه بر این، مقایسه پارامترهای پاسخ دینامیکی سازه از قبیل شکل‌پذیری، انرژی اتلافی و میرایی معادل جهت مطالعه تطبیقی توصیه می‌گردد.

منابع

- [1] Lezgy-Nazargah M, Dezhangah M, and Sepehrinia S. (2018). *The effects of different FRP/concrete bond-slip laws on the 3D FE modeling of retrofitted RC beams - A sensitivity analysis. Steel Compos Struct, 26(3):347-360.*
- [2] Amirkhani S, and Lezgy-Nazargah M. (2022). *Nonlinear finite element analysis of RC columns: Evaluation of different modeling approaches for considering stirrup confinement effects. Struct Concr, 23(5):2820-2836.*
- [3] Edalat Behbahani A, Barros JAO, and Ventura-Gouveia A. (2015). *Plastic-damage smeared crack model to simulate the behaviour of structures made by cement based materials. Int J Solids Struct, 73(74):20-40.*
- [4] Brozovsky JB, Mynarz M, and Sucharda O. (2008). *Constitutive Modelling of Concrete in 2D Using Smeared Crack Model. Conference on Engineering Optimization, Rio de Janeiro, 1-5.*
- [5] Lotfi V, and Espandar R. (2004). *Seismic analysis of concrete arch dams by combined discrete crack and non-orthogonal smeared crack technique. Eng Struct, 26(1):27-37.*
- [6] Pirooznia A, and Moradloo AJ. (2020). *Investigation of size effect and smeared crack models in ordinary and dam concrete fracture tests. Eng Fract Mech, 226:106863.*
- [7] Moshirabadi S, and Soltani M. (2019). *Implementation of smeared crack approach in rigid block and spring modeling of reinforced concrete. Eng Struct, 201:109779.*
- [8] Aghajanzadeh SM, and Mirzabozorg H. (2019). *Concrete fracture process modeling by combination of extended finite element method and smeared crack approach. Theor Appl Fract Mech, 101:306-319.*
- [9] Lu X, Ridha M, Tan VBC, and Tay TE. (2019). *Adaptive discrete-smeared crack (A-DiSC) model for multi-scale progressive damage in composites. Compos Part A Appl Sci Manuf. 125:105513.*
- [10] Cook AC, Vel SS, and Johnson SE. (2018). *Pervasive cracking of heterogeneous brittle materials using a multi-directional smeared crack band model. Int J Mech Sci. 149:459-474.*
- [11] Hariri-Ardebili MA, and Seyed-Kolbadi SM. (2015). *Seismic cracking and instability of con-*

- crete dams: *Smearred crack approach*. *Eng Fail Anal*, 52:45-60.
- [12] Mostofinejad D, and Talaeitaba SB. (2011). *Nonlinear modeling of RC beams subjected to torsion using the smeared crack model*. in *Procedia Engineering*, 14:1447-1454.
- [13] Hu Y, Chen G, Cheng W, and Yang Z. (2014). *Simulation of hydraulic fracturing in rock mass using a smeared crack model*. *Comput Struct*, 137:72-77.
- [14] Edalat-Behbahani A, Barros JAO, and Ventura-Gouveia A. (2017). *Three dimensional plastic-damage multidirectional fixed smeared crack approach for modelling concrete structures*. *Int J Solids Struct*, 115(116):104-25.
- [15] Grassl P, and Jirásek M. (2006). *Damage-plastic model for concrete failure*. *Int J Solids Struct*, 43(22–23):7166-7196.
- [16] Ahmed B, Voyiadjis GZ, and Park T. (2020). *Damaged plasticity model for concrete using scalar damage variables with a novel stress decomposition*. *Int J Solids Struct*, 191(192):56-75.
- [17] Feng DC, Ren XD, and Li J. (2018). *Cyclic behavior modeling of reinforced concrete shear walls based on softened damage-plasticity model*. *Eng Struct*, 166:363-375.
- [18] Ranjbaran A, Rousta AM. (2009). *A step toward happy ending to free vibration analysis of cracked members*. *Int J of NED (NED university journal of research)*, 4(2): 113-122.
- [19] Qasem M, Hasan M, Muhamad R, Chin CL, Alanazi N. (2025). *Generalised calibration and optimization of concrete damage plasticity model for finite element simulation of cracked reinforced concrete structures*. *Results Eng*, 25: 103905.
- [20] Saleh M, AlHamaydeh M, Zakaria M. (2023). *Finite element analysis of reinforced concrete deep beams with square web openings using damage plasticity model*, *Eng Struct*, 278: 115496.
- [21] Žarković D, Jovanović D. (2025) *A new constitutive model of concrete developed in the framework of damage and multi-surface plasticity: Theory and verification*, *Int J Solids Struct*, 312: 113281.
- [22] Fakeh M, Jawdhari A, Fam A. (2025) *Recommended concrete damage plasticity parameters and constitutive models for UHPC in ABAQUS*, *Eng Struct*, 333: 120154.
- [23] Chen WF, and Saleeb AF. (1982). *Constitutive equations for engineering materials: Elasticity and modeling*. John Wiley & Sons.
- [24] Lubliner J, Oliver J, Oller S, and Oate E. (1988). *A plastic-damage model for concrete*. *Int J Solids Struct*, 25(3):299-326.
- [25] Lee J, and Fenves GL. (1998). *Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures*. *J Eng Mech*, 124(8):892-900.
- [26] Rahimi H, and Hutchinson A. (2001). *Concrete beams strengthened with externally bonded FRP plates*. *J Compos Constr*; 5(1):44-56.
- [27] Orakcal K, and Wallace JW. (2004). *Modelling of slender reinforced concrete walls*. *13th World Conf Earthq Eng*, 18(1):141-143.
- [28] Soliman KZ, Arafat AI, and Elrakib TM. (2013). *Review of design codes of concrete encased steel short columns under axial compression*. *HBRC J*, 9(2):134-143.
- [29] Barrera AC, Bonet JL, Romero ML, and Miguel PF. (2011). *Experimental tests of slender reinforced concrete columns under combined axial load and lateral force*. *Eng Struct*, 33(12): 3676-3689.