

Analytical Model for Predicting Maximum Compressive Strength of Concrete Columns with Partial Confinement with FRP Sheets

Hananeh dashtaki¹, Habib Akbarzadeh Bengar^{2*}, Taha Akbarzadeh³, Javad Shayanfar⁴

1-Master of Science, Department of Civil Engineering, University of Mazandaran, Babolsar

2-Associated professor, Department of Civil Engineering, University of Mazandaran, Babolsar h.akbarzadeh@umz.ac.ir

3-PhD Candidate, Department of Civil Engineering, University of Mazandaran, Babolsar, Iran

4-PhD Candidate, ISISE, Department of Civil Engineering, University of Minho, Azurém 4800-058 Guimarães, Portugal

Received: 26 May 2024 Revised: 08 September 2024 Accepted: 16 December 2024

Research paper

Abstract

Several analytical models have been suggested to determine the maximum compressive strength of concrete columns confined by fiber-reinforced polymer (FRP) full confinement arrangements. However, the capability and reliability of such models need further assessment for the case of partially FRP-confined concrete columns. In this study, a new model is provided to predict the maximum compressive strength of concrete columns with partial confinement which is also applicable to full confinement ones. For unifying the model for full and partial confining systems, based on the confinement mechanism in the case of partially confined concrete, a new definition is proposed for the concept of 'confinement efficiency factor' considering the distributions of lateral confining pressure and effective confinement area. Subsequently, a reduction factor is considered in terms of the confinement pressure generated by FRP strips. To find the best-fit model parameters obtained from regression analysis and evaluate the model predictive performance, a compressive experimental dataset comprising 1699 test specimens with full and partial confinement systems has been collected. The performance of the proposed model is assessed with experimental results based on statistical indicators. Based on the values predicted by the model and the results reported by experiments, Mean Value (MV), Coefficient of Variation (CoV), Mean Squared Error (MSE), Mean Absolute Percentage Error (MAPE), and R-squared (R²) were achieved as 0.977, 0.211, 0.154, 0.259, and 0.864, respectively. Furthermore, the performance of the proposed model is evaluated with other models available in the literature. The archived statistical indicators demonstrate the capability and accuracy of the proposed model and its better performance compared to other models.

Keywords: Analytical Models, Concrete Columns, Partial Confinement, Confinement Efficiency, Factor, Compressive Strength

*Corresponding Author: Habib Akbarzadeh Bengar

Dashtaki, H., Akbarzadeh Bengar, H., Akbarzadeh, T., Shayanfar, J. Analytical Model for Predicting Maximum Compressive Strength of Concrete Columns with Partial Confinement with FRP Sheets. *Journal of Concrete Structures and Materials*, 2024; 9(1): 1-27.

<http://doi.org/10.30478/jesm.2024.459614.1371>

2538-5828/ © 2024 The Authors. Published by Iranian Concrete Society

This is an open access article under the CC BY license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

This is an open access article under the CC BY license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

مدل تحلیلی برای پیش‌بینی حداکثر مقاومت فشاری ستون‌های بتنی با محصورشدگی گسسته با ورق‌های FRP

حنانه دشتکی^۱، حبیب اکبرزاده بنگر^۲، طاها اکبرزاده^۳، جواد شایان فر^۴

۱- کارشناس ارشد، دانشگاه مازندران، مازندران، ایران

۲- دانشیار، دانشگاه مازندران، بابلسر، مازندران، ایران

۳- دانشجوی دکترا، دانشگاه مازندران، مازندران

۴- دانشجوی دکترا، دانشگاه مینهو، براگا، پرتغال

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۶/۰۶، تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۰۶/۱۸، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۹/۲۶

نوع مقاله: پژوهشی

چکیده

مدل‌های تحلیلی زیادی برای تعیین حداکثر مقاومت فشاری ستون‌های بتنی محصورشده توسط الیاف تقویت شده پلیمری (FRP) با محصورشدگی پیوسته پیشنهاد شده‌اند. با این وجود، قابلیت اتکا به این مدل‌ها برای ستون‌های بتنی با سیستم محصورشدگی گسسته نیازمند بررسی بیشتر می‌باشد. در این مطالعه، مدل جدیدی برای پیش‌بینی مقاومت فشاری ستون بتنی با محصورشدگی گسسته با قابلیت کاربرد برای حالت محصورشدگی پیوسته ارائه شده است. به منظور یکپارچه‌سازی مدل برای حالات محصورشدگی پیوسته و گسسته، براساس مکانیسم رفتاری ستون‌های بتنی با محصورشدگی گسسته، با در نظر گرفتن توزیع فشار جانبی و ناحیه محصور شده موثر، تعریف جدیدی از مفهوم «ضریب موثر محصورشدگی» ارائه می‌شود. متعاقباً، ضریب اصلاح برای فشار جانبی ایجاد شده توسط نوارهای FRP پیشنهاد خواهد شد. برای تعیین بهترین برازش پارامترهای مدل براساس تحلیل رگرسیون و همچنین بررسی عملکرد مدل پیشنهادی، پایگاه داده‌ای جامع شامل ۱۶۹۹ نمونه آزمایشگاهی با محصورشدگی پیوسته و گسسته فراهم شده است. عملکرد مدل پیشنهادی براساس شاخصه‌ای آماری با نتایج آزمایشگاهی مقایسه می‌شود. مطابق با مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل و نتیجه گزارش شده از آزمایشگاه، مقدار میانگین خطا (MV) برابر با ۰,۹۷۷، ضریب تغییرات (CoV) برابر با ۰,۲۱۱، میانگین درصد خطای مطلق (MAPE) برابر با ۰,۱۵۴، میانگین مربع خطا (MSE) برابر با ۰,۲۵۹، و ضریب تعیین (R^2) برابر با ۰,۸۶۴ حاصل شده است. همچنین، عملکرد مدل پیشنهادی با سایر مدل‌های موجود در ادبیات فنی مقایسه می‌شود. شاخصه‌ای آماری حاصل شده، قابلیت و دقت مدل پیشنهادی و برتری عملکرد آن در مقایسه با سایر مدل‌های موجود را نشان می‌دهند.

کلمات کلیدی: مدل تحلیلی، ستون‌های بتنی، محصورشدگی گسسته، ضریب محصورشدگی موثر، مقاومت فشاری.

طراحی ساختمان‌های ساخته شده در گذشته اغلب با سطح نسبتاً پایین بار لرزه‌ای یا بدون در نظر گرفتن مفهوم طراحی لرزه‌ای انجام شدند. استانداردهای طراحی لرزه‌ای مدرن عمدتاً ایمنی لرزه‌ای ساختمان‌های جدید را مورد توجه قرار داده است. در طراحی لرزه‌ای سازه‌ها، مقابله با نیروهای جانبی بخشی بصورت مقاومت نیروی و تغییر شکل الاستیک و قسمت قابل توجه آن با ورود اعضا به ناحیه غیرخطی و اتلاف انرژی در طول تغییر شکل‌های چرخه‌ای با مفهوم شکل‌پذیری انجام می‌گیرد. مهمترین پارامتر در طراحی سازه‌های بتن مسلح سازه‌های لرزه‌ای^۱ (شکل‌پذیر)، کیفیت طراحی و اجرای جزئیات آرماتورهای طولی و عرضی می‌باشد. براساس نتایج مطالعات آزمایشگاهی، کیفیت مناسب طراحی و اجرای جزئیات آرماتورهای طولی و عرضی در سازه‌های لرزه‌ای، قابلیت اتلاف یا جذب قابل توجه انرژی زلزله و همچنین تحمل تغییر شکل‌های بزرگ قبل از شکست نهایی را در اعضا سازه‌ای ایجاد می‌کند، در حالی که سازه‌های غیرلرزه‌ای از این قابلیت بی‌بهره می‌باشند. [۱].

با توجه به ضعف سازه‌های بتن آرمه قدیمی در طراحی لرزه‌ای مطابق با آیین‌نامه‌های قدیم، ضعف‌های طراحان سازه مطابق با آیین‌نامه‌های جدید و همچنین خطای حین ساخت، تلاش‌های متعددی برای مقاوم‌سازی و بازسازی سازه‌های بتن آرمه انجام شده است. روش‌های مختلفی برای بهبود شکل‌پذیری اعضا در سازه‌های غیرلرزه‌ای ارائه شده است که یکی از روش‌های مورد تایید، مقاوم‌سازی با پوشش الیاف تقویت شده پلیمری (FRP) می‌باشد. قابلیت این روش به منظور مقاوم‌سازی محوری^۲ و بهبود مقاومت فشاری، شکل‌پذیری^۳ و جذب انرژی^۴ ستون‌های بتنی در مطالعات آزمایشگاهی و عددی تایید شده است [۱-۵]. مکانیسم این سیستم مقاوم‌سازی، براساس کرنش محیطی ایجاد شده بخاطر اثر پوواسون، در نتیجه کرنش‌های محوری در بتن تحت تنش محوری است که متعاقباً سبب ایجاد تنش جانبی در مصالح FRP خواهد شد. چنین تنش جانبی، رفتار محوری و اتساعی^۵ ستون‌های بتنی محصور شده را بهبود می‌دهد [۱].

نتایج آزمایشگاهی لیاو و همکاران^۶ [۲] نشان داد که میزان بهبود ناشی از محصورشدگی با FRP تابعی از نسبت مصالح تقویتی FRP^۷ است. تاثیر مقاومت فشاری بتن محصور نشده روی خصوصیات محوری ستون دایره محصور شده پیوسته^۸ (FFCC) و الیاسکی و همکاران^۹ [۳] ارزیابی شد. نتایج حاصل از آزمایشگاه، اثربخشی بیشتر این سیستم مقاوم‌سازی روی ستون ساخته شده از بتن با مقاومت پایین^{۱۰} در مقایسه با، بتن با مقاومت بالا^{۱۱} را تایید کرد. الیویرا و همکاران^{۱۲} [۴] نشان دادند که رفتار محوری ستون FFCC به‌طور قابل ملاحظه‌ای وابسته به سختی جانبی محصورشدگی است که این نکته توسط شایان‌فر و همکاران^{۱۳} [۵] نیز تایید شد.

¹ Seismically-designed RC structures

² Axial strengthening

³ Ductility

⁴ Energy absorption

⁵ Axial and dilation behavior

⁶ Liao *et al.*

⁷ FRP reinforcement ratio

⁸ FRP fully confined concrete

⁹ Valasaki *et al.*

¹⁰ Low-strength concrete

¹¹ High-strength concrete

¹² Oliveira *et al.*

¹³ Shayanfar *et al.*

ممکن است محصور کردن پیوسته ستون بتنی با ورق‌های FRP با توجه به قیمت نسبتاً زیاد این ورق‌های، سبب غیر اقتصادی شدن طرح‌های مقاوم‌سازی شود. در نتیجه، استفاده از سیستم محصورشدگی گسسته، بعنوان یک راه‌حل جایگزین مورد توجه قرار گرفت. زنگ و همکاران^{۱۴} [۶،۷] تاثیر پارامترهای مختلف روی عملکرد محوری ستون بتنی با محصورشدگی گسسته (FPCC، شکل ۱) را به صورت آزمایشگاهی بررسی نمودند. نتایج نشان داد که علاوه بر ضخامت و عرض نوارهای FRP، فاصله بین این نوارها (S) تاثیر بسزایی در میزان بهبود حاصل از سیستم محصورشدگی گسسته دارد. این نکته توسط گیو و همکاران^{۱۶} [۸،۹] نیز تایید شد. نتایج آزمایشگاهی، قانی و همکاران^{۱۷} [۱۰] نشان داد، اگر چه اثربخشی محصورشدگی گسسته با FRP با توجه به عملکرد قوسی عمودی^{۱۸} کمتر از محصورشدگی پیوسته است، اما سیستم محصورکنندگی با طراحی مناسب و نصب نوارهای FRP میان آرماتورهای عرضی موجود، افزایش مقاومت محوری قابل توجهی را ایجاد می‌کند.

مدل‌های تئوری زیادی به منظور مدل‌سازی تاثیر محصورشدگی با FRP روی رفتار محوری بتن ارائه شد که به دو گروه، مدل‌های متمایل به طراحی^{۱۹} و مدل‌های متمایل به تحلیل^{۲۰} قابل تقسیم‌بندی است. در مدل گروه اول، برای محاسبه تاثیر محصورشدگی در لحظه شکست از فرمول‌هایی با شکل نسبتاً ساده برای طراحی استفاده می‌شود. ولی در مدل‌های متمایل به تحلیل، رفتار محوری و اتساعی بتن محصورشده در تمام مدت زمان بارگذاری شبیه‌سازی می‌شود. مطابق با گروه اول، مدل‌های زیادی به منظور پیش‌بینی حداکثر مقاومت فشاری محوری محصور شده با FRP پیشنهاد گردید [۸-۱۱]، اما این مدل‌ها عمدتاً برای حالت محصورشدگی پیوسته قابل استفاده است. در این میان، مدل‌های ارائه شده توسط آیین‌نامه‌های fib [۱۲]، CNR DT [۱۳] و ACI [۱۴] و همچنین مدل پیشنهادی گیو و همکاران^{۲۱} [۸] به دلیل استفاده از مفهوم «ضریب محصورشدگی موثر»، رویکردی یکپارچه برای محاسبه حداکثر مقاومت فشاری در هر دو حالت محصورشدگی پیوسته و گسسته (FPCC و FFCC) را دارند. در این مدل‌ها فرض می‌شود، مدلی که به طور انحصاری برای ستون‌های FFCC توسعه داده شد با استفاده از ضریب محصورشدگی موثر، برای حالت FPCC نیز قابل استفاده می‌باشد. اما شایان‌فر و همکاران [۱۶،۱۵] به طور تحلیلی نشان دادند که، این فرضیه اگرچه شرایط لازم از نقطه نظر سادگی در مدل‌سازی را فراهم می‌کند، اما برای شبیه‌سازی رفتار اتساعی و محوری ستون‌های FPCC دقت کافی را ندارد. از سوی دیگر، کالیبراسیون اکثر مدل‌های موجود براساس بهترین برازش حاصل از تحلیل رگرسیون مطابق با پایگاه داده نتایج آزمایشگاهی نمونه‌های FFCC می‌باشد، اما عمدتاً، توزیع و پراکندگی متغیرهای اصلی در پایگاه‌های داده، مانند خصوصیات بتن محصور نشده، ابعاد نمونه‌ها، خصوصیات مکانیکی FRP و نوع سیستم محصورشدگی محدود می‌باشند. در نتیجه، حداقل قابلیت اتکا به این مدل‌ها بحث برانگیز و ارزیابی آماری عملکرد پیش‌بینی آن‌ها براساس یک پایگاه داده جامع‌تر ضروری به نظر می‌رسد.

به منظور ارائه مدلی با عملکردی مناسب‌تر از مدل‌های موجود جهت پیش‌بینی حداکثر مقاومت فشاری ستون‌های بتنی با محصورشدگی گسسته ورق‌های FRP، الف) به تعریف جدیدی از ضریب محصورشدگی موثر، و ب) به پایگاه داده‌ای شامل طیف گسترده نمونه‌های آزمایشگاهی نیاز می‌باشد. در این مطالعه، مدل جدیدی برای پیش‌بینی حداکثر مقاومت فشاری (f_{cc}) ستون‌های

¹⁴ Zeng et al

¹⁵ FRP partially confined concrete

¹⁶ Gue et al.

¹⁷ Ghani et al.

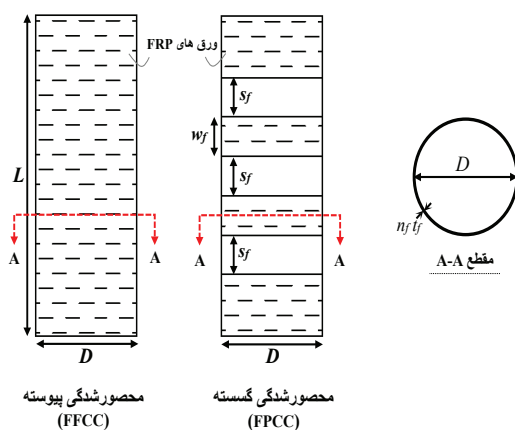
¹⁸ Vertical arching action

¹⁹ Design-oriented model

²⁰ Analysis-oriented model

²¹ Guo et al.

بتنی محصورشده با ورق‌های (FPCC و FFCC) FRP تحت بارگذاری محوری ارائه می‌شود. به منظور یکپارچه‌سازی حالات محصورشدگی پیوسته و گسسته، براساس مکانیسم رفتاری ستون‌های FPCC از نقطه نظر توزیع فشار جانبی و ناحیه محصور شده موثر، تعریف جدیدی از مفهوم ضریب موثر محصورشدگی ارائه می‌شود. برای تعیین پارامترهای مدل و همچنین بررسی عملکرد مدل پیشنهادی، پایگاه داده‌ای جامع شامل ۱۶۹۹ نمونه آزمایشگاهی با محصورشدگی پیوسته و گسسته جمع‌آوری گردید. در انتها، صحت‌سنجی مدل پیشنهادی از طریق مقایسه با نتایج آزمایشگاهی و همچنین عملکرد سایر مدل‌های موجود بررسی شده است.



شکل ۱: ستون بتنی با محصورشدگی پیوسته (FFCC) و محصورشدگی گسسته (FPCC)

۲- پایگاه داده و مدل‌های موجود

پایگاه داده جامعی از نتایج آزمایشگاهی انجام شده روی ستون‌های بتنی با محصورشدگی پیوسته و گسسته به منظور ارزیابی قابلیت اتکا به مدل‌های موجود و همچنین کالیبراسیون مدل پیشنهادی، گردآوری گردید. این پایگاه داده در جدول ۱ نشان داده شد که شامل ۱۶۹۹ نمونه ستون بتنی محصورشده با FRP (۱۵۲۸ نمونه با محصورشدگی پیوسته (FFCC) و ۱۷۱ نمونه با محصورشدگی گسسته (FPCC)) می‌باشد، که تحت بارگذاری فشاری محوری آزمایش شده‌اند. به منظور فراهم نمودن پایگاه داده یکپارچه از نتایج آزمایشگاهی، ضوابط زیر در نظر گرفته شده است:

- ۱) از نمونه‌ها، دارای آرماتورهای عرضی و طولی فولادی صرف نظر شده است.
- ۲) از نمونه‌ها دارای آرایش محصورشدگی به صورت مارپیچ صرف نظر شده است.
- ۳) از نمونه‌ها با مد شکست به صورت جدا شدگی FRP^{۲۲} صرف نظر شده است.
- ۴) از نمونه‌های محصورشده همزمان با جنس‌های متفاوت از مصالح FRP (محصورشده‌گی هایبرید) صرف نظر شده است.
- ۳) از نمونه‌ها با بارگذاری محوری خارج از مرکز ۲۳ صرف نظر شده است.
- ۷) از نتایج آزمایشگاهی که حداکثر مقاومت فشاری نمونه محصور شده (f_{cc}) کمتر از مقاومت فشاری بتن محصور نشده (f_{c0}) باشد، صرف نظر شده است ($f_{cc} < f_{c0}$).

²² FRP debonding failure mode

²³ Eccentric loading condition

جدول ۱: خلاصه پایگاه داده گردآوری شده برای ستون‌های محصور شده FFCC و FPCC

محدوده R_f	محدوده ε_{fu}	محدوده E_f (گیگاپاسکال)	محدوده D (میلیمتر)	محدوده L (میلیمتر)	محدوده f_{cc}/f_{c0}	محدوده f_{c0} (مگاپاسکال)	شاخصه‌ای آماري	تعداد داده	نوع محصورشده‌گی
۰	۰,۰۰۴	۹,۵	۵۰	۱۰۰	۱	۶,۶	حداقل	۱۶۹۹	پیوسته و گسسته
۰,۷۵	۰,۱	۶۵۷	۳۰۵	۹۱۵	۶,۹	۲۰,۴	حداکثر		
۰,۰۵	۰,۰۲۴	۱۷۷,۷	۱۴۹,۴	۳۲۱,۸	۱,۹	۴۴,۱	میانگین		
۲,۶۶۲	۰,۷۹۱	۰,۵۷۲	۰,۲۹۶	۰,۳۸۳	۰,۴۲۴	۰,۶۹۱	ضریب تغییرات		
۰	۰,۰۰۴	۹,۵	۵۰	۱۰۰	۱	۶,۶	حداقل	۱۵۲۸	پیوسته
۰	۰,۱	۶۵۷	۳۰۵	۹۱۵	۶,۹	۲۰,۴	حداکثر		
۰	۰,۰۲۴	۱۷۳,۴	۱۴۴,۳	۳۰۰,۱	۲,۱	۴۷,۷	میانگین		
۰	۰,۸۰۱	۰,۶۱۴	۰,۲۹۵	۰,۳۵۲	۰,۴۱۷	۰,۷۰۱	ضریب تغییرات		
۰,۰۵	۰,۰۱۵	۱۰۴,۶	۱۰۰	۲۰۰	۱	۱۶,۶	حداقل	۱۷۱	گسسته
۰,۷۵	۰,۰۱۹	۲۵۹,۷	۳۰۰	۷۰۰	۳,۱	۱۰۱,۲	حداکثر		
۰,۳۳	۰,۰۱۷	۲۳۰,۹	۱۵۴,۹	۳۵۳,۵	۱,۵	۳۳,۵	میانگین		
۰,۵۴۲	۰,۰۸	۰,۱۵۳	۰,۲۱۴	۰,۳۲۱	۰,۲۸۴	۰,۴۳۶	ضریب تغییرات		

در جدول ۱، جزئیات طیف وسیعی از پارامترهای کلیدی پایگاه داده برای ستون‌های FFCC و FPCC نشان داده شد. مقاومت فشاری محوری بتن محصور نشده (f_{c0}) از ۶,۶ تا ۲۴۰ مگاپاسکال با مقدار میانگین ۴۴,۱ مگاپاسکال و ضریب تغییرات ۰,۶۹ متغیر است. افزایش مقاومت فشاری ناشی از محصورشدگی به مقاومت فشاری بتن همان نمونه محصور نشده (f_{cc}/f_{c0}) در محدوده ۱,۰ تا ۶,۹ که میانگین و ضریب تغییرات آن به ترتیب برابر ۱,۹ و ۰,۴۲۴ است. تغییرات قطر ستون‌های دایره‌ای (D) از ۵۰ تا ۳۰۵ میلی‌متر با مقدار میانگین و ضریب تغییرات به ترتیب ۱۴۹ میلی‌متر و ۰,۲۹۶ است. ارتفاع نمونه‌های ستون (L) از ۱۰۰ تا ۱۲۰۰ میلی‌متر با میانگین ۳۲۲ میلی‌متر و ضریب تغییرات ۰,۳۸۳ متغیر است. در پایگاه داده از نمونه‌های محصور شده با الیاف کربن ۲۴ (CFRP)، بازالت^{۲۵} (BFRP)، آرامید^{۲۶} (AFRP)، شیشه^{۲۷} (GFRP)، پلی اتیلن نفتالات^{۲۸} (PEN) و پلی اتیلن ترفتالات^{۲۹} (PET) استفاده شده است. مدول الاستیسیته FRP (E_f) در محدوده ۹,۵ تا ۶۵۷ گیگاپاسکال با میانگین ۱۷۷,۷ گیگاپاسکال و مقدار ضریب تغییرات ۰,۵۷۲ است. کرنش کششی نهایی (ε_{fu}) بین ۰,۰۰۴ تا ۰,۱۰ با میانگین و ضریب تغییرات به ترتیب ۰,۰۲۴ و ۰,۷۹۱ می‌باشد. در نمونه‌های محصور شده گسسته، ضریب فاصله ($R_f = s_f / D$) در محدوده ۰,۰۵ تا ۰,۷۵ متغیر است.

²⁴ Carbon

²⁵ Basalt

²⁶ Aramid

²⁷ Glass

²⁸ Polyethylene naphthalate

²⁹ Polyethylene terephthalate

در جدول ۲، مدل‌های موجود ارائه شده برای پیش‌بینی حداکثر مقاومت محوری بتن محصور با FRP نشان داده شد که شامل مدل‌های ارائه شده توسط آیین‌نامه‌های fib [۱۲]، CNR DT [۱۳] و ACI [۱۴] و همچنین مدل پیشنهادی گیو و همکاران [۸] است. به‌طور کلی می‌توان در دو دسته فرمول‌بندی این مدل‌ها را طبقه‌بندی کرد:

به‌صورت رابطه بین نسبت حداکثر مقاومت فشاری محصورشده (f_{cc}/f_{c0}) و میزان فشار محصور کننده جانبی مطابق با گسیختگی ورق‌های FRP $(f_{l,rup}/f_{c0})$ به‌صورت رابطه بین نسبت حداکثر مقاومت فشاری محصورشده (f_{cc}/f_{c0}) با شاخص سختی محصور کننده جانبی $(\rho_K = f_{l,rup}\epsilon_{c0}/f_{c0}\epsilon_{h,rup})$ ^{۳۱} و ضریب کرنش محیطی $\epsilon_{h,rup}$ ورق‌های FRP $(\rho_\epsilon = \epsilon_{h,rup}/\epsilon_{c0})$ تمامی پارامترهای مذکور در جدول ۲ تعریف شده است.

در این مدل‌ها، رفتار قوسی عمودی ایجاد شده در مقطع با استفاده از مفهوم ضریب موثر محصورشدگی و رابطه (۱) پیشنهادی توسط مندر و همکاران [۱۷] یکپارچه‌سازی گردید. در این رویکرد، فشار جانبی ایجاد شده در سیستم محصور کننده گسسته با استفاده از ضریب کاهش k_v ، به فشار جانبی معادل یکنواخت $(k_v f_{l,rup})$ در ارتفاع مقطع تبدیل می‌شود.

$$k_v = \left(1 - \frac{s_f}{2D}\right)^2 \quad (1)$$

که در این رابطه، s_f بیانگر فاصله بین سیستم‌های محصور کننده گسسته است.

۳- مدل پیشنهادی

در این بخش، مدل تحلیلی به‌منظور پیش‌بینی (f_{cc}) با رویکرد یکپارچه برای سیستم محصور کننده ارائه می‌شود که مراحل فرموله نمودن مدل به‌طور خلاصه به شرح زیر است:

الف) پیشنهاد ضریب موثر محصورشدگی براساس مکانیسم رفتار قوسی عمودی^{۳۴} ایجاد شده میان سیستم‌های محصور کننده FRP
 ب) تعیین میزان فشار محصور کننده جانبی $(f_{l,rup})$ مطابق با لحظه نهایی (گسیختگی ورق‌های FRP)
 ج) تعیین رابطه بین نسبت حداکثر مقاومت فشاری محصورشده (f_{cc}/f_{c0}) با میزان فشار محصور کننده جانبی $(f_{l,rup}/f_{c0})$

۳-۱- ضریب موثر محصورشدگی (k_v)

مدل‌های موجود عمدتاً از رویکرد «ضریب موثر» به‌منظور یکپارچه‌سازی رفتار ستون‌های FFCC و FPCC استفاده می‌کند. این رویکرد اولین بار توسط مندر و همکاران [۱۷] برای ستون‌های محصورشده با خاموت فولادی معرفی شد که در آن اثرات منفی عملکرد قوسی عمودی روی مکانیسم محصورشدگی توسط ضریبی کاهنده در فشار محصورشدگی ایجاد شده توسط خاموت‌های فولادی در نظر گرفته می‌شود. به‌عبارت دیگر، بعلت توزیع غیریکنواخت فشار محصورشدگی در طول ستون (حداکثر فشار در محل خاموت و حداقل آن در فاصله بین دو خاموت مجاور)، با استفاده از این ضریب، می‌توان فشاری کاهش‌یافته از حداکثر

³⁰ Maximum confining pressure ratio

³¹ Confinement stiffness index

³² Hoop strain ratio

³³ Mander et al.

³⁴ Vertical arching action mechanism

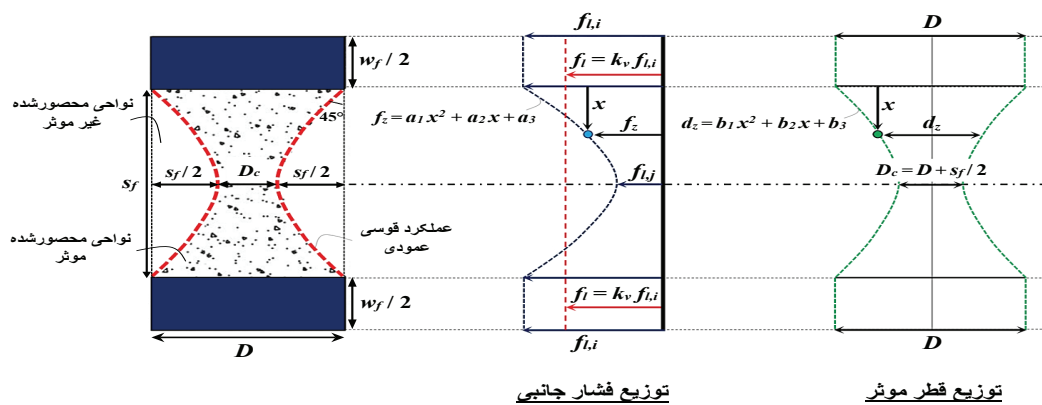
جدول ۲: مدل‌های مقاومت موجود برای ستون‌های بتنی محصورشده با FRP

مدل تحلیلی	کاربرد	رابطه پیشنهادی شده برای پیش‌بینی f_{cc}	پارامترهای مدل
[۱۲] fib	FFCC FPCC	برای $\frac{f_{l,rup}}{f_{c0}} \geq 0.07$	$f_{l,rup} = 2k_v \frac{n_f t_f E_f}{D} \varepsilon_{h,rup}$ برای $n_f \leq 3$
		برای $\frac{f_{l,rup}}{f_{c0}} \leq 0.07$	$f_{l,rup} = 2k_v \frac{n_f^{0.85} t_f E_f}{D} \varepsilon_{h,rup}$ برای $n_f \geq 4$ $k_v = \left(1 - \frac{s_f}{2D}\right)^2$ $\varepsilon_{h,rup} = 0.5\varepsilon_{fu}$
CNR DT [۱۳]	FFCC FPCC	برای $\frac{f_{l,rup}}{f_{c0}} \geq 0.05$	$f_{l,rup} = \frac{1}{2} k_v \rho_f E_f \varepsilon_{fd,rid}$ برای FFCC $\rho_f = \frac{4n_f t_f}{D}$ برای FPCC $\rho_f = \frac{4n_f t_f w_f}{s_f D}$ $k_v = \left(1 - \frac{s_f}{2D}\right)^2$ $\varepsilon_{fd,rid} = \min\left\{\frac{\eta_d \varepsilon_{fu}}{1.1}, 0.004\right\}$
		برای $\frac{f_{l,rup}}{f_{c0}} \leq 0.05$	$\varepsilon_{fd,rid} = \min\left\{\frac{\eta_d \varepsilon_{fu}}{1.1}, 0.004\right\}$ η_d برابر با ۰.۸۵، ۰.۷۵ و ۰.۶۵ برای مصالح CFRP، GFRP و BFRP می‌باشد.
گیو و همکاران [۸]	FFCC FPCC	برای $\rho_{Ke} \geq 0.01$	$\rho_{Ke} = 2k_v \frac{n_f t_f E_f \varepsilon_{c0}}{D f_{c0}}$ $\rho_e = \frac{\varepsilon_{h,rup}}{\varepsilon_{c0}}$ $k_v = \left(1 - \frac{s_f}{2D}\right)^2$ $\varepsilon_{h,rup} = 0.568\varepsilon_{fu}$
		برای $\rho_{Ke} \leq 0.01$	$\varepsilon_{c0} = 0.000937 f_{c0}^{0.25}$
ACI 440 [۱۴]	FFCC	برای $\frac{f_{l,rup}}{f_{c0}} \geq 0.08$	$f_{l,rup} = 2 \frac{n_f t_f E_f}{D} \varepsilon_{h,rup}$ $\varepsilon_{h,rup} = 0.55\varepsilon_{fu}$ $\psi_f = 0.95$
		برای $\frac{f_{l,rup}}{f_{c0}} \leq 0.08$	

در روابط فوق، f_{cc} = حداکثر مقاومت فشاری محصورشده با FRP، f_{c0} = مقاومت فشاری بتن محصورنشده. $f_{l,rup}$ = فشار محصورشدگی متناظر با کرنش گسیختگی FRP ($\varepsilon_{h,rup}$). n_f = تعداد لایه‌های FRP. t_f = ضخامت اسمی FRP. k_v = ضریب موثر محصورشدگی برای رفتار قوسی عمودی. ρ_{Ke} = شاخص سختی محصورشدگی FRP. ρ_e = نسبت کرنش FRP. ε_{c0} = کرنش محوری متناظر با f_{c0} . ψ_f = ضریب کاهشی که برابر ۰.۹۵ توصیه شده است.

فشار محصورشدگی که به صورت یکنواخت در سراسر ستون توزیع شده باشد، فرض نمود. مندر و همکاران [۱۷] این ضریب را به صورت تجربی برابر با نسبت مساحت ناحیه محصور شده در محل فشار جانبی حداقل و مساحت کل مقطع فرض نمودند. اما باید به این نکته توجه شود که برای حصول صحیح تر اثرات منفی عملکرد قوسی عمودی توسط ضریب موثر، شبیه سازی توزیع غیریکنواخت فشار محصورشدگی در سراسر طول ستون نه فقط صرفاً مقطعی از آن انجام پذیرد که این امر یکی از اهداف این پژوهش می باشد.

در شکل ۲، ساختار محصورشدگی گسسته با نوارهای FRP به عرض (w_f) و با فاصله (s_f) و همچنین مکانیسم رفتار قوسی عمودی در ستون دایره ای نشان داده شده است. مکانیسم رفتار قوسی عمودی در محصورشدگی گسسته، منجر به ایجاد نواحی محصورشده غیرموثر، در میان نوارهای محصورکننده FRP می شود، در نتیجه فشار جانبی محصورشدگی و قطر موثر حین بارگذاری محوری از $f_{l,i}$ (حداکثر فشار محصورشدگی) و D (حداکثر قطر موثر) در محل این نوارها به $f_{l,j}$ (حداقل فشار محصورشدگی) و D_c (کمترین قطر موثر) در وسط ارتفاع دو نوار متوالی و به صورت غیرخطی کاهش می یابد. در این حالت از محصورشدگی، برای شبیه سازی رفتار قوسی عمودی و منظور نمودن توزیع غیریکنواخت فشار محصورشدگی در اثر ناحیه محصورشده غیرموثر از ضریب کاهش موثر محصورشدگی (k_v) استفاده شد تا فشار جانبی یکنواخت معادل $k_v f_{l,i}$ در تمام ارتفاع مقطع معادل با مقطع محصورشده پیوسته ایجاد کند.



شکل ۲: عملکرد قوسی عمودی برای بتن با محصورشدگی گسسته

به منظور تعیین این ضریب، توزیع فشار جانبی و قطر موثر در ارتفاع دو نوار متوالی (x) به صورت تابع f_z و d_z در نظر گرفته شده و براساس تعادل نیروی فشار جانبی بین مقطع محصورشده گسسته و مقطع معادل محصورشده پیوسته که در شکل (۲) نشان داده شده، ضریب k_v به صورت زیر قابل نوشتن است:

$$k_v = \frac{f_{l,i} w_f D + 2 \int_0^{s_f/2} f_z d_z dx}{f_{l,i} s_f + w_f D} \quad (2)$$

برای حل انتگرال فوق، تابع f_z و d_z به صورت درجه دوم و به شکل رابطه (۳) و (۴) تعریف می شود:

$$f_z = a_1 x^2 + a_2 x + a_3 \quad (3)$$

$$d_z = b_1 x^2 + b_2 x + b_3 \quad (4)$$

شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای تعیین ضرایب ثابت a_1, a_2 و a_3 و همچنین b_1, b_2 و b_3 ، به شرح زیر می‌باشد: فشار جانبی حداکثر و حداقل به ترتیب در محل نوار و وسط ارتفاع بین دو نوار متوالی (رابطه (۵) و (۶))، شیب صفر منحنی توزیع فشار جانبی در وسط ارتفاع مقطع (رابطه (۷))، قطر موثر D و D_c به ترتیب در محل نوار و وسط ارتفاع بین دو نوار متوالی (رابطه (۸) و (۹)) و شیب صفر منحنی توزیع قطر موثر در وسط ارتفاع مقطع (رابطه (۱۰)) است:

$$f_z \quad x=0 = f_{l,i} \quad (۵)$$

$$(۶)$$

$$f_z \left(x = \frac{s_f}{2} \right) = f_{l,j} \quad (۷)$$

$$\frac{df_z}{dx} \left(x = \frac{s_f}{2} \right) = 0 \quad (۸)$$

$$d_z \quad x=0 = D \quad (۹)$$

$$d_z \left(x = \frac{s_f}{2} \right) = D_c = D - \frac{s_f}{2} \quad (۱۰)$$

$$\frac{dd_z}{dx} \left(x = \frac{s_f}{2} \right) = 0$$

فشار جانبی محصورشدگی با فاصله بین دو نوار رابطه عکس دارد. در حالت محصورشدگی پیوسته فشار جانبی در تمام ارتفاع مقطع برابر با حداکثر $f_{l,i}$ (با $s_f = 0, f_{l,j} = f_{l,i}$) است که با افزایش فاصله بین نوارها، مقدار آن در ارتفاع مقطع کاهش یافته و حداقل آن در وسط ارتفاع مقطع زمانی ایجاد می‌شود که فاصله دو نوار به دو برابر قطر مقطع برسد ($s_f \geq 2D, f_{l,j} = 0$). بنابراین رابطه بین $f_{l,i}$ و $f_{l,j}$ با توجه به فاصله دو نوار متوالی s_f به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$f_{l,j} = \left(1 - \frac{s_f}{D} + 0.25 \left(\frac{s_f}{D} \right)^2 \right) f_{l,i} \quad (۱۱)$$

در نتیجه، با استفاده از شرایط مرزی ذکر شده، توابع f_z و d_z به صورت روابط (۱۲) و (۱۳) قابل تعیین است:

$$f_z = \left[\left(\frac{4}{Ds_f} - \frac{1}{D^2} \right) x^2 - \left(\frac{4}{Ds_f} - \frac{1}{D^2} \right) s_f x + 1 \right] f_{l,i} \quad (۱۲)$$

$$d_z = \left[\left(\frac{2}{Ds_f} \right) x^2 - \left(\frac{2}{D} \right) x + 1 \right] D \quad (۱۳)$$

بنابراین، با استفاده از این توابع مقدار k_v در معادله (۲)، به صورت رابطه (۱۴) بدست خواهد آمد:

$$k_v = \frac{w_f + s_f \left(1 - \frac{s_f}{D} + \frac{13s_f^2}{30D^2} - \frac{s_f^3}{15D^3} \right)}{s_f + w_f} \leq 1 \quad (۱۴)$$

با هدف ایجاد یک رابطه مناسب با شرایط طراحی، بدون آنکه کاهش قابل توجه در دقت آن ایجاد شود رابطه (۱۴) به صورت رابطه (۱۵) ساده‌سازی شد.

$$k_v = \frac{w_f + s_f \exp -0.973R_f}{w_f + s_f} \leq 1 \quad (15)$$

که در آن R_f برابر با s_f/D می‌باشد. بنابراین در شرایط طراحی با استفاده از فرمول (۱۵)، ضریب موثر محصورشدگی (k_v) قابل محاسبه است.

۲،۳- تعیین فشار محصور کننده جانبی ($f_{l,rup}$)

این بخش به تعیین فشار محصورکننده جانبی، متناظر با گسیختگی FRP ($f_{l,rup}$) می‌پردازد. با تعریف $\varepsilon_{h,rup}$ به عنوان کرنش گسیختگی FRP، براساس تعادل نیروی جانبی معادل در کل مقطع و نیروی ایجاد شده در ورق‌های FRP، فشار جانبی محصورشدگی $f_{l,rup}$ با استفاده از رابطه (۱۶) بدست خواهد آمد:

$$f_{l,rup} = 2k_v \frac{w_f n_f t_f}{w_f + s_f} \frac{E_f \varepsilon_{h,rup}}{D} \quad n_f \leq 3 \quad (16\text{-الف})$$

$$f_{l,rup} = 2k_v \frac{w_f n_f^{0.85} t_f}{w_f + s_f} \frac{E_f \varepsilon_{h,rup}}{D} \quad n_f \geq 4 \quad (16\text{-ب})$$

در نمونه‌هایی که با تعداد لایه‌های زیاد ($n_f \geq 4$) مقاوم شده‌اند اثر محصورشدگی کاهش یافته که براساس توصیه آیین‌نامه fib [۱۲]، تعداد لایه‌های FRP به صورت $n_f^{0.85}$ در نظر گرفته شده است. با انجام تحلیل رگرسیون بر روی پایگاه داده آزمایشگاهی، شایان‌فر و همکاران [۱۶] فرمول جدیدی به‌منظور تعیین کرنش گسیختگی $\varepsilon_{h,rup}$ پیشنهاد نمودند که به صورت رابطه (۱۷) ارائه شد:

$$\varepsilon_{h,rup} = \left(\frac{0.586}{0.82 + 0.23 f_{c0} \varepsilon_{fu}} \right) \varepsilon_{fu} \geq 0.35 \varepsilon_{fu} \quad (17)$$

در نتیجه، با محاسبه کرنش گسیختگی FRP ($\varepsilon_{h,rup}$) با رابطه (۱۷)، $f_{l,rup}$ با استفاده از رابطه (۱۶) قابل محاسبه است.

۳،۳- تعیین حداکثر مقاومت فشاری محصورشده (f_{cc})

در مطالعه حاضر، رابطه بین نسبت حداکثر مقاومت فشاری محصورشده (f_{cc}/f_{c0}) با میزان فشار محصور کننده جانبی ($f_{l,rup}/f_{c0}$) با تابعی خطی به‌صورت رابطه (۱۸) فرض شد:

$$\frac{f_{cc}}{f_{c0}} = 1 + \alpha \left(\frac{f_{l,rup}}{f_{c0}} \right) \quad (18)$$

در این رابطه، α ضریب تاثیر محصورشدگی که مقدار آن با انجام تحلیل رگرسیون روی نتایج آزمایشگاهی جمع‌آوری شده در پایگاه داده (جدول ۱)، برابر با ۳،۴ بدست آمد. در نتیجه، مطابق با بهترین برازش مدل با نتایج آزمایشگاهی، رابطه جدید برای

محاسبه f_{cc}/f_{c0} ستون‌های FFCC و FPCC، به عنوان تابعی از $f_{l,rup}/f_{c0}$ به صورت رابطه (۱۹) ارائه شده است:

$$\frac{f_{l,rup}}{f_{c0}} \geq 0.05 \quad \frac{f_{cc}}{f_{c0}} = 1 + 3.4 \left(\frac{f_{l,rup}}{f_{c0}} \right) \quad (۱۹-الف)$$

$$\frac{f_{l,rup}}{f_{c0}} < 0.05 \quad \frac{f_{cc}}{f_{c0}} = 1 \quad (۱۹-ب)$$

در فرمول (۱۹-ب)، هنگامی که $(f_{l,rup}/f_{c0})$ کمتر از ۰,۰۵ باشد، از افزایش فشار ناشی از محصورشدگی صرف نظر می‌شود. در نتیجه، از طریق مدل پیشنهادی که رویکردی یکپارچه برای حالت‌های مختلف محصورشدگی دارد، بهبود ناشی از محصورکنندگی FRP برای ستون‌های FFCC و FPCC توسط فرمول (۱۹) قابل محاسبه است.

۴- ارزیابی‌های آماری و صحت‌سنجی

در این پژوهش، برای ارزیابی جامع و صحت‌سنجی عملکرد مدل پیشنهادی و سایر مدل‌های موجود (ارائه شده در جدول ۲)، نتایج بدست‌آمده از این مدل‌ها با تعیین شاخصه‌های آماری مقدار میانگین^{۳۵} (MV)، رابطه (۲۰)، ضریب تغییرات^{۳۶} (CoV)، رابطه (۲۱)، میانگین درصد خطای مطلق^{۳۷} (MAPE)، رابطه (۲۲)، میانگین مربعات خطا^{۳۸} (MSE)، رابطه (۲۳) و ضریب تعیین^{۳۹} R^2 ، رابطه (۲۴) مورد بررسی قرار می‌گیرد.

$$MV = \frac{1}{n} \sum_1^n \frac{T_i}{E_i} \quad (۲۰)$$

$$CoV = \frac{SD}{MV} \quad (۲۱)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_1^n \left| 1 - \frac{T_i}{E_i} \right| \quad (۲۲)$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_1^n (T_i - E_i)^2 \quad (۲۳)$$

$$R^2 = \left(\frac{\sum_1^n [T_i - \bar{T} \quad E_i - \bar{E}]}{\sqrt{\sum_1^n [T_i - \bar{T}]^2 + [E_i - \bar{E}]^2}} \right)^2 \quad (۲۴)$$

³⁵ Mean Value

³⁶ Coefficient of Variation

³⁷ Mean Absolute Percentage Error

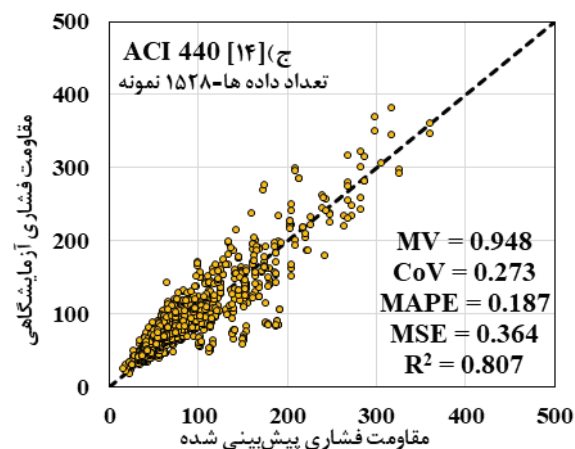
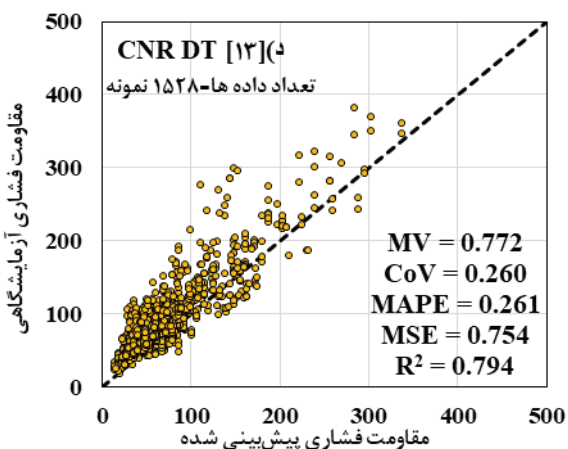
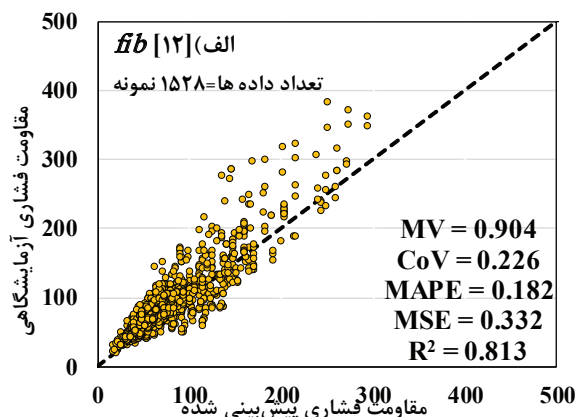
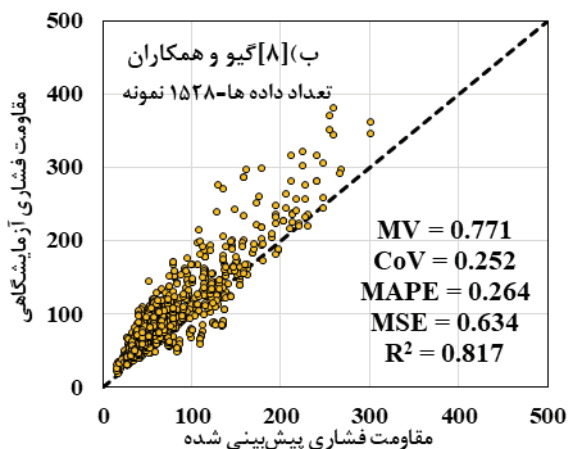
³⁸ Mean Squared Error

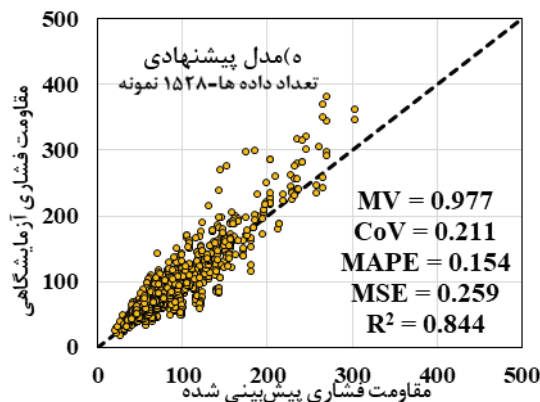
³⁹ R-squared

در روابط فوق‌الذکر، (T_i) و (E_i) به ترتیب نتایج f_{cc}/f_{c0} پیش‌بینی تحلیلی و آزمایشگاهی، n بیانگر تعداد داده‌ها و SD معرف انحراف در پایگاه داده است. \bar{E} و \bar{T} به ترتیب، مقادیر میانگین پیش‌بینی‌های تحلیلی و نتایج آزمایشگاهی را نشان می‌دهند. شکل ۳ و جدول ۳ قابلیت مدل‌های موجود و پیشنهادی را براساس ۱۵۲۸ داده آزمایشگاهی FFCC بررسی می‌کند. همانطور که قابل ملاحظه است، مدل پیشنهادی با شاخص‌های آماری به صورت $MV = 0.977$ ، $CoV = 0.211$ ، $MAPE = 0.154$ ، $MSE = 0.259$ و $R^2 = 0.864$ ، پیش‌بینی دقیق و یکنواختی را ارائه داد. اگرچه مدل‌های fib [۱۲] و ACI [۱۴] بهترین عملکرد را در پیش‌بینی نتایج آزمایشگاهی دارند (اندکی محافظه‌کارانه)، اما مدل پیشنهادی به‌طور قابل ملاحظه‌ای عملکرد مناسب‌تری نشان داده که موید صحت کالیبراسیون پارامترهای آن است.

جدول ۳: ارزیابی آماری مدل‌های موجود و پیشنهادی برای ستون‌های FFCC

مدل تحلیلی	تعداد داده	MV	CoV	$MAPE$	MSE	R^2
مدل پیشنهادی		۰٫۹۷۷	۰٫۲۱۱	۰٫۱۵۴	۰٫۲۵۹	۰٫۸۶۴
fib [۱۲]		۰٫۹۰۴	۰٫۲۲۶	۰٫۱۸۲	۰٫۳۳۲	۰٫۸۱۳
گیو و همکاران [۸]	۱۵۲۸	۰٫۷۷۱	۰٫۲۵۲	۰٫۲۶۴	۰٫۶۳۴	۰٫۸۱۷
ACI 440 [۱۴]		۰٫۹۴۸	۰٫۲۷۳	۰٫۱۸۷	۰٫۳۶۴	۰٫۸۰۷
CNR DT [۱۳]		۰٫۷۷۲	۰٫۲۶	۰٫۲۶۱	۰٫۷۵۴	۰٫۷۹۴



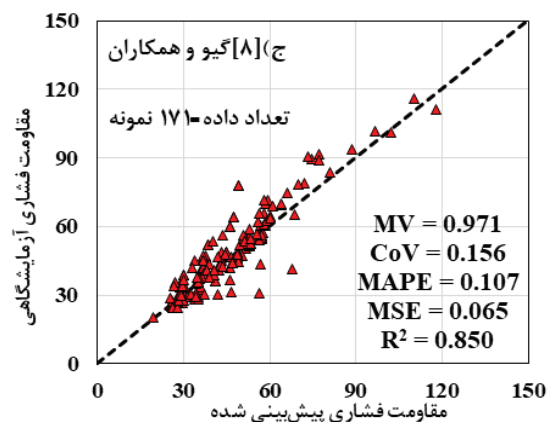
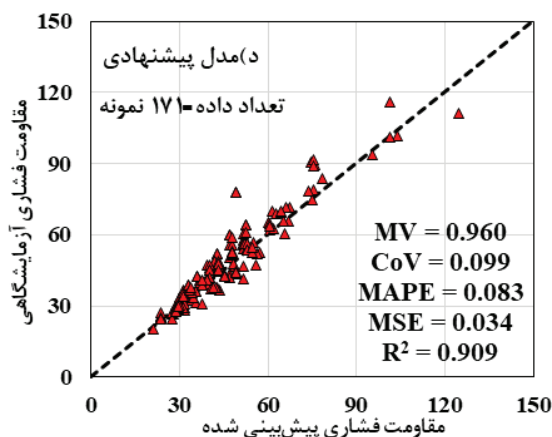
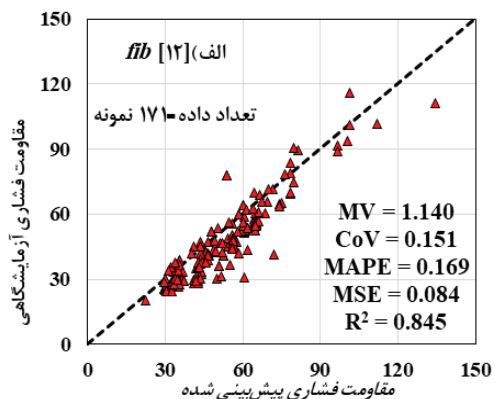
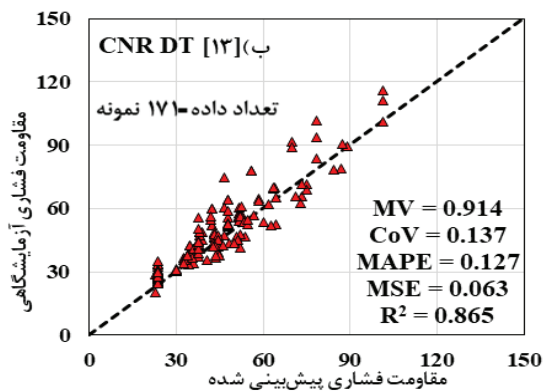


شکل ۳: مقایسه نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل پیشنهادی و سایر مدل‌ها در نرم حداکثر مقاومت فشاری ستون FFCC بر اساس ۱۵۲۸ نمونه آزمایشگاهی

در شکل ۴ و جدول ۴، عملکرد مدل پیشنهادی با مدل‌های ارائه شده توسط آیین‌نامه fib [۱۲]، گیو و همکاران [۸] و آیین‌نامه CNR DT [۱۳] که رویکردی یکپارچه برای تعیین مقدار f_{cc} در هر دو حالت FFCC و FPCC دارند، بر اساس ۱۷۱ نمونه آزمایشگاهی FPCC مقایسه گردید. همانطور که نتایج نشان داد، در بین مدل‌های موجود، CNR DT [۱۳] دقت مناسب‌تری در پیش‌بینی مقادیر آزمایشگاهی دارد. با این حال، براساس شاخصه‌های آماری حاصل شده به صورت $MV = 0.960$ ، $CoV = 0.099$ ، $MAPE = 0.083$ ، $MSE = 0.034$ و $R^2 = 0.909$ ، مدل پیشنهادی بهترین عملکرد را در مقایسه با تمامی مدل‌ها ارائه داد. همچنین نتایج نشان داد، ضریب محصورشدگی موثر پیشنهادی (فرمول (۱۵)) که با هدف یکپارچه‌سازی مدل برای هر دو حالت محصورشدگی ستون FFCC و FPCC مورد استفاده قرار می‌گیرد نسبت به ضریب ارائه شده توسط مندر و همکاران [۱۷] (رابطه (۱)) عملکرد بهتری دارد.

جدول ۴: ارزیابی آماری مدل‌های موجود و پیشنهادی برای FPCC

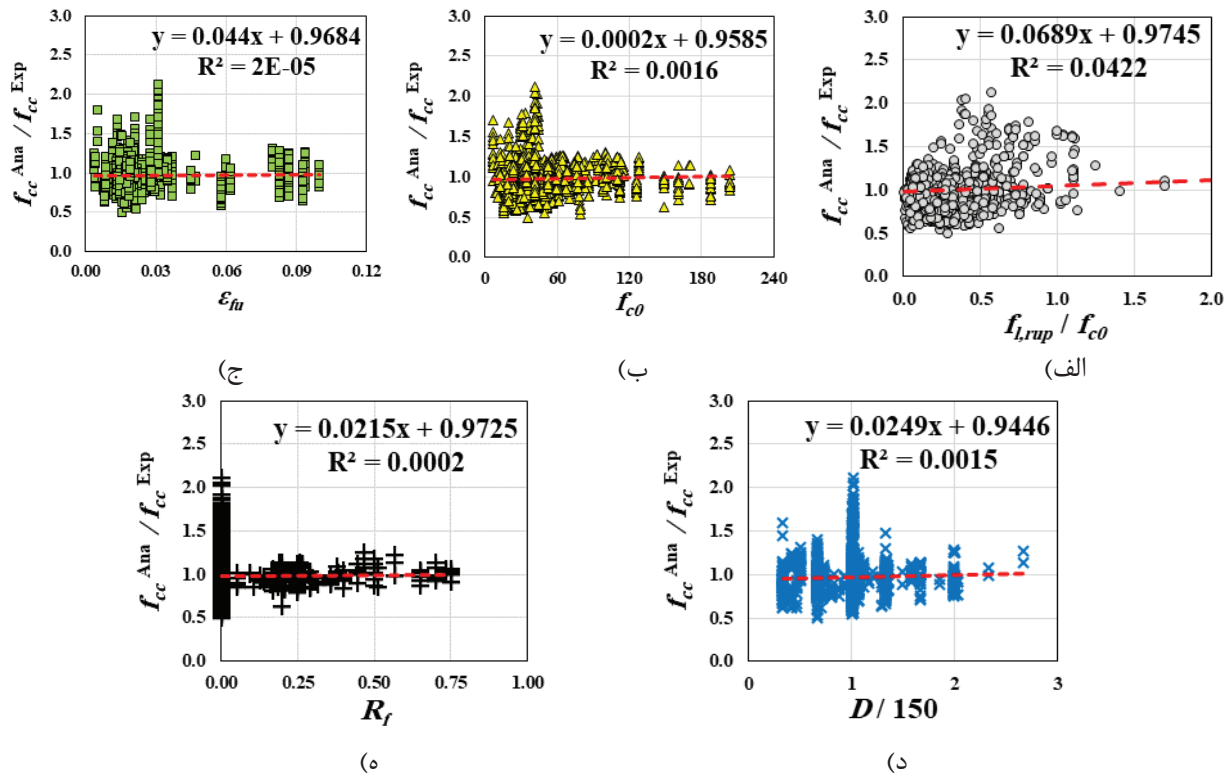
شماره	Test data	MV	CoV	MAPE	MSE	R ²
مدل پیشنهادی		۰٫۹۶	۰٫۰۹۹	۰٫۰۸۳	۰٫۰۳۴	۰٫۹۰۹
آیین‌نامه fib [۱۲]		۱٫۱۴	۰٫۱۵۱	۰٫۱۶۹	۰٫۰۸۰۴	۰٫۸۴۵
گیو و همکاران [۸]	۱۷۱	۰٫۹۷۱	۰٫۱۵۶	۰٫۱۰۷	۰٫۰۶۵	۰٫۸۵
آیین‌نامه CNR DT [۱۳]		۰٫۹۱۴	۰٫۱۳۷	۰٫۱۲۷	۰٫۰۶۳	۰٫۸۶۵



شکل ۴: مقایسه نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل پیشنهادی و سایر مدل‌ها در ترم حداکثر مقاومت فشاری ستون FPCC براساس ۱۷۱ نمونه آزمایشگاهی

از علل عملکرد مناسب‌تر مدل پیشنهادی در مقایسه با سایر مدل‌ها می‌توان به (۱) استفاده از پایگاه داده‌ای جامع از نتایج آزمایشگاهی اشاره نمود که برای کالیبراسیون رابطه (۱۸) استفاده شده است. (۲) در این مقاله، از مدل جدید شایان‌فر و همکاران [۱۶] به‌منظور تخمین کرنش متناظر با گسیختگی FRP ($\epsilon_{h,rupt}$) استفاده شده است که به صورت رابطه (۱۷) قابل محاسبه می‌باشد. به علت دقت مناسب‌تر این فرمول نسبت به سایر فرمول‌ها که توسط مدل‌های موجود استفاده شده است، تخمین دقیق مناسب‌تری از فشار محصورشونده جانبی ($f_{l,rupt}$) توسط رابطه (۱۶) قابل حصول می‌باشد. (۳) مدل‌های موجود بر اساس پایگاه داده‌ای به مراتب کوچک‌تر از پایگاه داده جمع‌آوری شده در این مقاله کالیبره شده‌اند. بنابراین عمده داده‌های شامل شده در این پایگاه داده خارج از محدوده‌ای می‌باشند که این مدل‌ها قابل کاربرد می‌باشند.

به‌منظور بررسی بیش‌تر دقت مدل پیشنهادی در پیش‌بینی حداکثر مقاومت ستون‌های بتنی محصور شده با پوشش FRP، توزیع نسبت نتیجه تحلیلی به داده آزمایشگاهی (Y) برای ۱۶۹۹ نمونه آزمایشگاهی براساس پارامترهای کلیدی (X) در شکل ۵ رسم شده است.



شکل ۵: عملکرد مدل پیشنهادی با توجه به پارامترهای کلیدی

در شکل (۵-الف)، رابطه $Y = f_{cc}^{Ana} / f_{cc}^{Exp}$ و $X = f_{Lrup} / f_{c0}$ نشان داده شده است. براساس تحلیل رگرسیون، رابطه خطی بین خطا و فشار محصورکننده جانبی متناظر با گسیختگی FRP نرمال شده با مقاومت فشاری بتن غیرمحصور به صورت $Y = 0.9745 + 0.0689X$ حاصل شده است. همانطور که قابل ملاحظه می‌باشد، ضریب پارامتر $X = f_{Lrup} / f_{c0}$ در این رابطه تقریباً نزدیک به مقدار صفر می‌باشد و R^2 برای رابطه بین Y و X نیز نزدیک به صفر است که بیانگر عدم وابستگی میزان خطا مدل پیشنهاد شده به سطوح مختلف فشار محصورکننده جانبی نرمال شده می‌باشد. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که مدل پیشنهادی تاثیر این پارامتر را در حداکثر مقاومت ستون‌های بتنی محصور شده را به‌طور صحیح توانست شبیه‌سازی کند.

در شکل (۵-ب)، رابطه $Y = f_{cc}^{Ana} / f_{cc}^{Exp}$ و $X = f_{c0}$ نشان داده شده است. با استفاده از تحلیل رگرسیون، رابطه بین خطا و مقاومت فشاری بتن غیرمحصور به صورت $Y = 0.9585 + 0.002X$ حاصل شده است. همانطور که قابل ملاحظه می‌باشد، ضریب پارامتر $X = f_{c0}$ نزدیک به مقدار صفر با R^2 بسیار پایین است که بیانگر عدم وابستگی میزان خطا مدل پیشنهاد شده برای سطوح مختلف مقاومت فشاری بتن، اعم از بتن مقاومت پایین^{۴۰}، بتن مقاومت متوسط^{۴۱}، بتن مقاومت بالا^{۴۲} و بتن فوق مقاوم^{۴۳} می‌باشد. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که مدل پیشنهادی تاثیر میزان مقاومت فشاری بتن غیرمحصور در حداکثر مقاومت ستون‌های بتنی محصور شده را به‌طور صحیح توانست شبیه‌سازی کند.

در شکل (۵-ج)، رابطه $Y = f_{cc}^{Ana} / f_{cc}^{Exp}$ و $X = \epsilon_{fu}$ نشان داده شده است. براساس تحلیل رگرسیون، رابطه خطی بین خطا و

⁴⁰ Low-strength concrete

⁴¹ Normal-strength concrete

⁴² High strength concrete

⁴³ Ultra-high-strength concrete

سختی محصورشدگی به صورت $Y = 0.9684 + 0.044X$ حاصل شده است. همانطور که قابل ملاحظه می‌باشد، ضریب پارامتر $X = \varepsilon_{fu}$ نیز نزدیک به مقدار صفر با R^2 بسیار پایین است که بیانگر عدم وابستگی میزان خطا مدل پیشنهاد شده به مقدار کرنش کششی نهایی FRP می‌باشد. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که مدل پیشنهادی تاثیر مقدار کرنش کششی نهایی FRP در حداکثر مقاومت ستون‌های بتنی محصور شده را به‌طور صحیح توانست شبیه‌سازی کند.

در شکل (۵-۵)، رابطه $Y = f_{cc}^{Ana} / f_{cc}^{Exp}$ و $X = D/150$ نشان داده شده است. بر اساس تحلیل رگرسیون، رابطه بین خطا و ابعاد ستون به صورت $Y = 0.9446 + 0.0249X$ حاصل شده است. همانطور که قابل ملاحظه می‌باشد، ضریب پارامتر $X = D/150$ نزدیک به مقدار صفر با R^2 بسیار پایین است که بیانگر عدم وابستگی میزان خطا مدل پیشنهاد شده به سطوح مختلف قطر مقطع ستون می‌باشد. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که مدل پیشنهادی تاثیر قطر مقطع ستون در حداکثر مقاومت ستون‌های بتنی محصور شده را به‌طور صحیح شبیه‌سازی می‌کند.

در شکل (۵-۵)، رابطه $Y = f_{cc}^{Ana} / f_{cc}^{Exp}$ و $X = R_f = s_f / D$ نشان داده شده است. با استفاده از تحلیل رگرسیون، رابطه بین خطا و نسبت فاصله ورق‌های FRP به صورت $Y = 0.9725 + 0.0215X$ حاصل شده است. همانطور که قابل ملاحظه می‌باشد، ضریب پارامتر $X = R_f = s_f / D$ نزدیک به مقدار صفر با R^2 بسیار پایین است که بیانگر عدم وابستگی میزان خطا مدل پیشنهاد شده به نسبت فاصله ورق‌های FRP می‌باشد. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که مدل پیشنهادی قابلیت شبیه‌سازی دقیق تاثیر نسبت فاصله ورق‌های FRP در حداکثر مقاومت ستون‌های بتنی محصور شده دارد.

بر اساس نتایج حاصل شده، بیشترین وابستگی خطا نسبت به فشار محصورکننده جانبی نرمال شده می‌باشد که مقدار R^2 برابر با ۰,۰۱۴۲ و کم‌ترین میزان وابستگی خطا برای پارامتر کرنش کششی نهایی FRP با R^2 برابر با 2×10^{-5} حاصل شده است.

۵- خلاصه و نتیجه‌گیری

در این مطالعه، مدل جدید برای پیش‌بینی مقاومت فشاری محوری (f_{cc}) ستون بتنی با استفاده از مفهوم ضریب موثر محصورشدگی برای ایجاد رویکرد یکپارچه در حالت مختلف محصورشدگی (FFPC و FFCC) ارائه شده است. به‌منظور یکپارچه‌سازی حالات محصورشدگی پیوسته و گسسته، بر اساس مکانیسم رفتاری ستون‌های FPCC از نقطه نظر توزیع فشار جانبی و ناحیه محصور شده موثر، تعریف جدیدی از مفهوم ضریب موثر محصورشدگی پیشنهاد شده است. این مدل، بر اساس تحلیل رگرسیون روی پایگاه داده جامع از نتایج آزمایشگاهی شامل ۱۶۹۹ نمونه ستون بتنی محصورشده با FRP (۱۵۲۸ نمونه با محصورشدگی پیوسته (FFCC) و ۱۷۱ نمونه با محصورشدگی گسسته (FPCC)) توسعه و کالیبره گردید.

عملکرد مدل پیشنهادی بر اساس شاخصه‌ای آماری با نتایج آزمایشگاهی با سایر مدل‌های موجود در ادبیات فنی مقایسه شد. برای حالت محصورشدگی پیوسته، مدل [۱۲]fib، با نتایج شاخصه‌ای آماری به صورت مقدار میانگین خطا (MV) برابر با ۰,۹۰۴، ضریب تغییرات (CoV) برابر با ۰,۲۲۶، میانگین درصد خطای مطلق (MAPE) برابر با ۰,۱۸۴، میانگین مربع خطا (MSE) برابر با ۰,۳۳۲ و ضریب تعیین (R^2) برابر با ۰,۸۱۳، بهترین عملکرد را در میان مدل‌های موجود دارد. اما مدل پیشنهادی شاخصه‌ای آماری به صورت MV برابر با ۰,۹۷۷، CoV برابر با ۰,۲۱۱، MAPE برابر با ۰,۱۵۴، MSE برابر با ۰,۲۵۹ و R^2 برابر با ۰,۸۶۴، به‌طور قابل ملاحظه‌ای عملکرد مناسب‌تری از مدل [۱۲]fib نشان داده که موید صحت کالیبراسیون پارامترهای آن است. برای حالت محصورشدگی گسسته، مدل CNR DT [۱۳]، با نتایج شاخصه‌ای آماری به صورت MV برابر با ۰,۹۶۰، CoV برابر با ۰,۰۹۹،

MAPE برابر با ۰,۰۸۳، MSE برابر با ۰,۰۳۴، و R^2 برابر با ۰,۹۰۹، بهترین عملکرد را در میان مدل‌های موجود دارد. اما، در این حالت محصورشدگی نیز مدل پیشنهادی عملکرد دقیق‌تری از مدل CNR DT [۱۳] نشان داده است که بر اساس شاخص‌های آماری حاصل شده قابل اثبات است.

مراجع

- [1] Wang, J., Xiao, H., Lu, L., Yang, J., Lu, S., & Shayanfar, J. (2024). Axial stress-strain model for concrete in partially FRP wrapped reinforced concrete columns. *Construction and Building Materials*, 416, 135028.
- [2] Liao, J., Zeng, J. J., Zhuge, Y., Zheng, Y., Ma, G., & Zhang, L. (2023). FRP-confined concrete columns with a stress reduction-recovery behavior: a state-of-the-art review, design recommendations and model assessments. *Composite Structures*, 117313.
- [3] Valasaki, M. K., & Papakonstantinou, C. G. (2023). Fiber reinforced polymer (FRP) confined circular concrete columns: An experimental overview. *Buildings*, 13(5), 1248.
- [4] Oliveira, D. S., Raiz, V., & Carrazedo, R. (2019). Experimental study on normal-strength, high-strength and ultrahigh-strength concrete confined by carbon and glass FRP laminates. *Journal of Composites for Construction*, 23(1), 04018072.
- [5] Shayanfar, J., Barros, J. A., & Rezazadeh, M. (2021). Generalized analysis-oriented model of FRP confined concrete circular columns. *Composite Structures*, 270, 114026.
- [6] Zeng, J. J., Guo, Y. C., Gao, W. Y., Chen, W. P., & Li, L. J. (2018). Stress-strain behavior of concrete in circular concrete columns partially wrapped with FRP strips. *Composite Structures*, 200, 810-828.
- [7] Zeng, J., Guo, Y., Li, L., & Chen, W. (2018). Behavior and three-dimensional finite element modeling of circular concrete columns partially wrapped with FRP strips. *Polymers*, 10(3), 253.
- [8] Guo, Y.C., Gao, W.Y., Zeng, J.J., Duan, Z.J., Ni, X.Y. and Peng, K.D., 2019. Compressive behavior of FRP ring-confined concrete in circular columns: Effects of specimen size and a new design-oriented stress-strain model. *Construction and Building Materials*, 201, pp.350-368.
- [9] Guo, Y.C., Xiao, S.H., Luo, J.W., Ye, Y.Y. and Zeng, J.J., 2018. Confined concrete in fiber-reinforced polymer partially wrapped square columns: axial compressive behavior and strain distributions by a particle image velocimetry sensing technique. *Sensors*, 18(12), p.4118.
- [10] Ghani, M. U., Ahmad, N., Abraha, K. G., Manj, R. Z. A., Sharif, M. H., & Wei, L. (2024). Review and Assessment of Material, Method, and Predictive Modeling for Fiber-Reinforced Polymer (FRP) Partially Confined Concrete Columns. *Polymers*, 16(10), 1367.
- [11] Lin, S., Zhao, Y.G., Li, J. and Lu, Z.H., 2021. Confining stress path-based compressive strength model of axially loaded FRP-confined columns. *Journal of Composites for Construction*, 25(1), p.04020077.
- [12] Fib Bulletin 90. Externally applied FRP reinforcement for concrete structures. Task Group 5. 1, International Federation for Structural Concrete, 2019.
- [13] CNR-DT 200. Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening existing structures. Italian National Research Council, 2004.
- [14] ACI 440.2R-17. Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for

strengthening concrete structures; American Concrete Institute (ACI): Farmington Hills MI USA, 2017.

[15] Shayanfar, J., Barros, J. A., & Rezazadeh, M. (2022). Unified model for fully and partially FRP confined circular and square concrete columns subjected to axial compression. *Engineering Structures*, 251, 113355

[16] Shayanfar, J., Rezazadeh, M., & Barros, J. A. (2020). Analytical model to predict dilation behavior of FRP confined circular concrete columns subjected to axial compressive loading. *Journal of Composites for Construction*, 24(6), 04020071.

[17] Mander, J. B., Priestley, M. J., & Park, R. (1988). Theoretical stress-strain model for confined concrete. *Journal of structural engineering*, 114(8), 1804-1826.