

# A Novel Approach to the Parametric Study on the Effective Flange Width of Non-Rectangular Reinforced Concrete Shear Walls

*Alireza Khaloo\**

*Distinguished Professor, Department of civil engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran  
khaloo@sharif.edu*

*Hatef Abdoos*

*Ph.D. student of Structural Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran*

*Mohammad Tabiee*

*M.sc student of Structural Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran*

## **Abstract**

*A paucity of parametric study does exist that demands to investigate the influential parameters affecting the effective flange width of non-rectangular reinforced concrete (RC) shear walls. Therefore, this paper attempts to present a novel approach to parametrically study the effective flange width of non-rectangular RC shear walls. In this regard, an analytical formulation has been established in the elastic region to estimate the effective flange width of a non-rectangular RC shear wall with a general geometry. Based on the proposed analytical formulation and by considering the shear-lag phenomenon, the influential parameters have then been determined which affect the stress distribution, and in turn, the effective width of the section. Moreover, a dimensional analysis has been carried out employing the Buckingham's Pi Theorem to derive the effective flange width of the section as a function of dimensionless parameters. The findings indicate that the influential parameters are respectively the flange width, axial as well as lateral force, and height of the wall which appear in the predictive formulations. Nevertheless, the existing codes neglect the effect of the applied loading to the wall structure which fail to accurately predict the effective flange width of the wall section.*

**Keywords:** *Non-rectangular Reinforced Concrete Shear Wall, Effective Flange Width, Analytical Study, Parametric Study, Shear Lag.*

# رویکردی جدید در مطالعه پارامتری و تعیین عرض مؤثر بال در دیوارهای برشی بتن آرمه غیرمستطیلی

دریافت مقاله: ۱۵-۰۴-۱۴۰۰

پذیرش مقاله: ۰۸-۰۶-۱۴۰۰

علیرضا خالو\*

استاد دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

[khaloo@sharif.edu](mailto:khaloo@sharif.edu)

هاتف عبدوس

دانشجوی دکتری مهندسی سازه، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

محمد طبیعی

دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی سازه، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

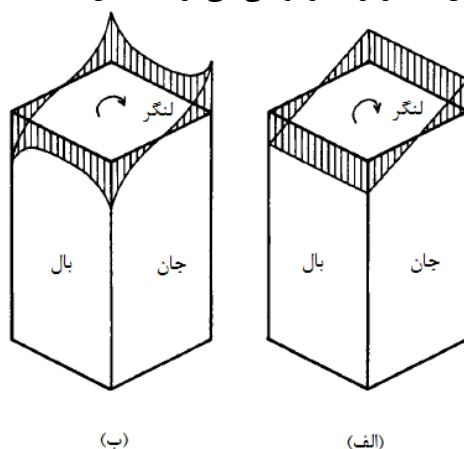
## چکیده

در طی سال‌های اخیر به علت افزایش کاربرد دیوارهای برشی بتن آرمه غیرمستطیلی در سازه‌ها، مطالعات آزمایشگاهی و عددی بسیاری به منظور بررسی رفتار این دیوارها صورت پذیرفته است. نتایج این پژوهش‌ها نشان می‌دهد که بسیاری از ضوابط و مقررات آیین‌نامه‌های معتبر در خصوص طراحی دیوارهای برشی بتنی، در تحلیل و برآورد رفتار دیوارهای غیرمستطیلی ناکارآمد و بعضاً غیرمحافظة کارانه است. از جمله این موارد می‌توان به روابط پیشنهادی آیین‌نامه‌ها برای عرض مؤثر بال در دیوارهای برشی غیرمستطیلی اشاره کرد. از همین رو، محققان بسیاری در این سال‌ها به مطالعه پارامتری عرض مؤثر بال به کمک روش‌های عددی پرداخته و روابط پیشنهادی گوناگونی را برای تخمین آن ارائه کرده‌اند. با توجه به حجم محاسباتی قابل توجه روش‌های عددی و زمان بر بودن فرآیند انجام آن‌ها، پژوهشگران با دو چالش اساسی روبه‌رو می‌شوند. نخست آن‌که به علت تعداد اندک نمونه‌های عددی معمولاً دقت روابط حاصله نیز چندان مطلوب نبوده و دربرگیرنده همه شرایط ممکن نیست. مورد دیگر آن‌که محققان به دلیل کمبود داده‌های عددی عموماً در تشخیص پارامترهای اثرگذار و وارد نمودن آن‌ها در روابط پیشنهادی خود با مشکل مواجه می‌شوند. در این مقاله به منظور رفع این چالش‌ها از یک رویکرد تحلیلی جهت مطالعه پارامتری و مشخص نمودن پارامترهای اثرگذار در مقدار عرض مؤثر بال در دیوارهای برشی بتن آرمه غیرمستطیلی استفاده شده است. در این راستا، ابتدا یک رابطه تحلیلی به منظور برآورد عرض مؤثر یک دیوار برشی غیرمستطیلی با هندسه کلی پیش از ترک خوردگی و در ناحیه الاستیک حاصل شده است. سپس با تکیه بر این رابطه، میزان تأثیر پارامترهای به کار رفته در آن، بر روی عرض مؤثر بال ارزیابی می‌شود که بر اساس آن، طول بال مقطع و نیروی محوری وارده اثرگذارترین پارامترها در تعیین عرض مؤثر مقطع محسوب می‌شوند. سپس با استفاده از آنالیز ابعادی، عرض مؤثر به صورت تابعی از کمیت‌های بی‌بعد ارائه شده است. در پایان، نیز با توجه به نتایج به دست آمده، بر روی کارایی هریک از روابط پیشنهادی توسط آیین‌نامه‌های معتبر برای عرض مؤثر بال، بحث و مقایسه‌ای صورت گرفته است.

واژه‌های کلیدی: دیوار برشی بتن آرمه غیرمستطیلی، عرض مؤثر بال، مطالعه تحلیلی، مطالعه پارامتری، پدیده تأخیر برشی.

با پیشرفت تکنولوژی ساخت، امروزه امکان استفاده از انواع دیوارهای برشی بتن آرمه غیرمستطیلی، به منظور دستیابی به یک طرح معماری مشخص و یا به علت افزایش سختی جانبی سازه کاملاً مهیاست. این موضوع سبب افزایش به کارگیری این دست دیوارهای برشی و بالاخص دیوارهای برشی بالدار<sup>۱</sup> در سازه‌های بتن آرمه گشته که در نتیجه این امر، پژوهش‌های متعدد آزمایشگاهی و عددی پیرامون بررسی رفتار دیوارهای برشی بتن آرمه غیرمستطیلی انجام شده است. یافته‌های این تحقیقات نشان می‌دهد که پاسخ دیوارهای برشی غیرمستطیلی تحت اثر بارهای معمول وارده، تفاوت عدیده‌ای با دیوارهای برشی مستطیلی دارد. از جمله این موارد می‌توان به بروز پدیده تأخیر برشی<sup>۲</sup> در دیوارهای برشی غیرمستطیلی اشاره کرد.

مهندسان طراح معمولاً در تحلیل خمشی سطح مقطع یک دیوار از فرض اویلر - برنولی<sup>۳</sup>، مبنی بر این که سطح مقطع پس از خمش نیز به صورت یک صفحه باقی می‌ماند، استفاده می‌کنند. این در حالی است که در دیوارهای بالدار، در هنگام انتقال جریان برش از جان به بال، مقطع بال دچار تغییر شکل برشی شده و به تبع آن، کرنش و تنش محوری در محدوده اتصال جان به بال بیشتر از سایر نواحی می‌گردد (شکل ۱) [۱].



شکل ۱: نحوه توزیع کرنش‌ها در یک دیوار غیرمستطیلی: الف) با فرض اویلر - برنولی، ب) با در نظر گرفتن اثر تأخیر برشی [۲].

در نظر گرفتن این پدیده در هنگام آنالیز خمشی مقطع، فرآیند تحلیل را بسیار پیچیده می‌سازد، به همین دلیل آیین‌نامه‌های معتبر، طولی از بال را به‌عنوان عرض مؤثر<sup>۴</sup> در نظر می‌گیرند و سپس تحلیل خمشی را به صورت معمول بر روی این مقطع انجام می‌دهند.

نحوه برآورد عرض مؤثر بدین صورت است که نخست با اتکا به روش‌های تجربی یا عددی، توزیع تنش در مقطع به دست آمده و سپس با به کارگیری رابطه (۱) در بال مقطع، عرض مؤثر مقطع ( $b_e$ ) به طور تخمینی محاسبه می‌شود:

$$b_e = \frac{\int_{flange} \sigma_x dy}{\sigma_{max}} \quad (1)$$

در رابطه فوق،  $\sigma_x$  بیانگر تابع توزیع تنش محوری در بال مقطع و  $\sigma_{max}$  نماینده بیشینه مقدار آن است. مطابق شکل (۲)، با تکیه بر همین رابطه و با در دست داشتن توزیع تنش محوری، می‌توان در بال‌های فوقانی و تحتانی به ترتیب با طول‌های  $b_t$  و  $b_b$  از یک مقطع بالدار، مقادیر عرض مؤثر بال فوقانی ( $b_{et}$ ) و تحتانی ( $b_{eb}$ ) را مورد

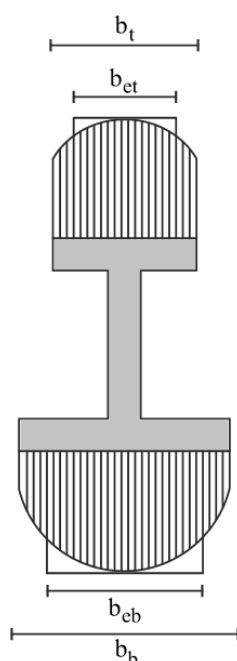
<sup>1</sup> Flanged shear wall

<sup>2</sup> shear lag

<sup>3</sup> Euler- Bernoulli's' assumption

<sup>4</sup> Effective width

محاسبه قرار داد. شایان ذکر است که پژوهش‌های متعدد تجربی و عددی حاکی از این است که روابط پیشنهاد شده از سوی آیین‌نامه‌های مختلف تحت بسیاری از شرایط کارایی مطلوب را نداشته و بعضاً غیرمحافظة کارانه هستند [۳]. علت این امر در واقع نشأت گرفته از ماهیت روش به‌دست آوردن طول عرض مؤثر در دیوارهای برشی غیرمستطیلی است. عمده روابط پیشنهاد شده در آیین‌نامه‌ها و مراجع مختلف مبتنی بر انجام مطالعات پارامتری بر روی داده‌های حاصل از شبیه‌سازی‌های عددی هستند. نظر به این که حجم محاسبات مدل‌سازی عددی دیوارهای برشی بتن آرمه نسبتاً بالاست و فرآیند انجام آن نیز زمان‌بر است، در نتیجه غالباً مطالعات پارامتری متکی بر حجم اندکی از شبیه‌سازی‌ها بوده و از همین رو پژوهشگران با دو چالش اساسی روبه‌رو هستند. اول آن که به علت کمبود داده‌ها دقت روابط حاصله چندان مطلوب نیست و ضمن آن که به کمک این روش تنها می‌توان برخی مقاطع خاص را مورد پوشش قرار داد. دوم آن که در این شیوه تشخیص کلیه پارامترهای اساسی و اثرگذار در عرض مؤثر بسیار دشوار است و از همین رو مشاهده می‌شود که در بسیاری از روابط پیشنهادی، پارامترهای کافی و تأثیرگذار در مقدار عرض مؤثر لحاظ نشده است.



شکل ۲: تعیین عرض مؤثر بر اساس توزیع تنش محوری.

در این پژوهش به منظور رفع این چالش‌ها از رویکرد جدیدی استفاده شده است. راهبرد اصلی این پژوهش ارائه یک رابطه تحلیلی برای عرض مؤثر بال در ناحیه الاستیک با رفتار خطی دیوار و سپس انجام مطالعات پارامتری به همراه تعیین پارامترهای مؤثر بر آن است.

اگرچه بیشتر پژوهش‌های انجام گرفته حول موضوعات تأخیر برشی و تعیین عرض مؤثر از نوع مطالعات آزمایشگاهی یا عددی بوده‌اند، اما در طی این سال‌ها و بالاخص در سال‌های اخیر تحقیقاتی نیز از منظر تحلیلی به بررسی این مباحث پرداخته‌اند که در ادامه به برخی از آن‌ها اشاره شده است.

در سال ۱۹۴۶، ریزنر اثر تأخیر برشی را به صورت تحلیلی در تیرهای با مقطع توخالی<sup>۱</sup> بررسی نمود که در آن، یک توزیع درجه دوم برای تغییر شکل محوری ناشی از تأخیر برشی لحاظ شد و سپس با اتکا به اصل کمینه انرژی

<sup>۱</sup> Box beams

پتانسیل<sup>۱</sup>، چهار مثال پایه‌ای در علم سازه تحلیل شد. نتایج این پژوهش نشان داد که تأخیر برشی در مقادیر خیز و توزیع تنش در تیرها اثر قابل ملاحظه‌ای دارد و در نظر نگرفتن آن سبب ایجاد اختلاف قابل توجهی در برآورد مقادیر مزبور می‌شود [۴].

سونگ و اسکوردلیس در سال ۱۹۹۰ با استفاده از روابط بنیادین تئوری الاستیسیته و به کمک سری فوریه، اثرات تأخیر برشی را برای تیرهای با مقاطع T-شکل، I-شکل و توخالی<sup>۲</sup> به صورت تحلیلی واکاوی نمودند. روابط حاصل شده در این پژوهش، کارایی قابل قبولی در توصیف اثرات ناشی از پدیده تأخیر برشی بر تیرهای بتنی با مقاطع فوق در ناحیه الاستیک و پیش از ایجاد ترک خوردگی در بتن داشت [۵].

در سال ۲۰۰۲، حاجی کاظمی و کمپانی با لحاظ کردن تأثیر تأخیر برشی در توابع تنش ابری<sup>۳</sup> و به کمک سری-های توانی به حل معادلات تعادل و سازگاری در یک سازه بلند قوطی شکل<sup>۴</sup> پرداختند. سپس روابط تحلیلی حاصل را با نتایج به دست آمده از مطالعه عددی این سازه مقایسه نمودند که از دقت بسیار بالایی برخوردار بود [۶].

شی و ونگ در سال ۲۰۱۶، به منظور یافتن رابطه‌ای تحلیلی برای تعیین عرض مؤثر ( $b_e$ ) در حالت الاستیک در دیوارهای T-شکل، تغییر شکل اعوجاجی<sup>۵</sup> ناشی از تأخیر برشی را به صورت یک تابع درجه سه در نظر گرفته و سپس به کمک اصل کمینه انرژی پتانسیل، روابطی تحلیلی برای توزیع تنش و عرض مؤثر مقطع پیشنهاد نمودند. در پایان نیز با انجام یک مطالعه عددی به روش المان محدود بر روی یک دیوار برشی بتن آرمه T-شکل، روابط تحلیلی حاصل را ارزیابی نمودند که نشان‌دهنده سازگاری مطلوب روابط تحلیلی با نتایج عددی بود [۷]. مشابه این روند را لیو و همکاران نیز در سال ۲۰۱۷، با تمرکز بر دیوارهای برشی بتن آرمه T-شکل، در پژوهش خود پیاده-سازی کردند. نتایج حاصله مؤید اثر قابل توجه پدیده تأخیر برشی در مقادیر تغییر شکل و توزیع تنش محوری در دیوارهای برشی بتنی T-شکل بود [۸].

همچنین، در سال ۲۰۱۸، نی و کائو اثر تأخیر برشی را به صورت تحلیلی در تیرها و دیوارهای برشی با مقاطع I-شکل دارای دو بال نابرابر، مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش نخست تغییر شکل اعوجاجی ناشی از تأخیر برشی به صورت یک تابع درجه دوم در نظر گرفته شد و سپس با استفاده از اصل کمینه انرژی پتانسیل، مقطع مورد نظر تحلیل و روابطی جهت تعیین توزیع تنش، حاصل گشت. در این تحقیق، با توجه به هندسه کلی در نظر گرفته شده برای مقاطع I-شکل، روابط حاصله برای مقاطع T-شکل نیز قابل تعمیم بود [۹].

لو و لی در سال ۲۰۲۰ و در قالب پژوهشی جامع، روابطی را به منظور محاسبه عرض مؤثر دیوارهای برشی بتنی T-شکل ارائه کردند. در این تحقیق، ابتدا در ناحیه الاستیک عرض مؤثر مقطع با استفاده از روش‌های انرژی محاسبه و سپس در ناحیه غیرخطی نیز از یک مطالعه پارامتریک بر مبنای مدل‌سازی به روش المان محدود برای ارائه یک رابطه جهت برآورد عرض مؤثر مقطع استفاده شد [۱۰].

در سال ۲۰۲۱، خالو و همکاران در قالب یک پژوهش تحلیلی، نخست رابطه‌ای بر اساس توزیع‌های مختلف از تغییر شکل اعوجاجی ناشی از تأخیر برشی در نظر گرفته و سپس بر مبنای آن توزیع کرنش و تنش محوری را در دیوارهای برشی بتن آرمه، با یک هندسه کلی از مقطع I-شکل، محاسبه نمودند. از مقایسه نتایج تحلیلی در این تحقیق با مطالعات آزمایشگاهی موجود در ادبیات فنی، چندجمله‌ای مرتبه دوم به عنوان مناسب‌ترین توزیع برای تغییر شکل اعوجاجی ناشی از پدیده تأخیر برشی، در دیوارهای برشی غیرمستطیلی تشخیص داده شد [۱۱].

<sup>1</sup> Minimum Potential Energy

<sup>2</sup> Box

<sup>3</sup> Airy Stress Functions

<sup>4</sup> Tube structure

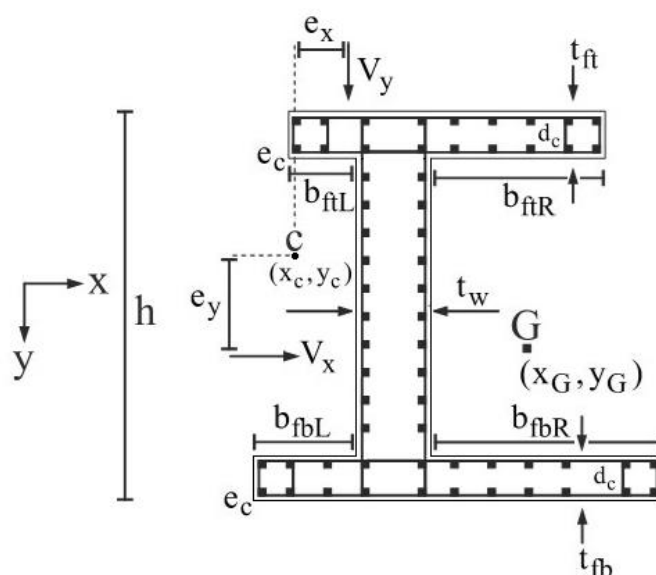
<sup>5</sup> Warping

مشاهده می‌شود که مطالعات تحلیلی انجام شده، اغلب به بررسی مقاطعی خاص پرداخته و همچنین به ارائه روابط تحلیلی پیچیده در ناحیه الاستیک بسنده کرده‌اند این در حالی است که طراحی سازه‌های بتن آرمه بر مبنای مقاومت نهایی و در ناحیه غیر خطی صورت می‌پذیرد و علت اهمیت روابط تحلیلی در ناحیه خطی، شناخت رفتار و دستیابی به پارامترهای اثرگذار مسئله است.

در این مقاله ابتدا توزیع تنش محوری در دیوارهای بالدار با هندسه عمومی حاصل می‌شود و سپس با استفاده از آن و رابطه (۱)، عرض مؤثر به صورت تحلیلی و در ناحیه خطی به دست می‌آید. در گام بعد، با توجه به پارامترهای به کار رفته در این رابطه، تغییرات عرض مؤثر به ازای تغییرات پارامترهای آن مورد مطالعه قرار می‌گیرد و از این طریق، مجموعه پارامترهای اساسی و اثرگذار در عرض مؤثر تشخیص داده می‌شود. سپس به کمک آنالیز ابعادی، عرض مؤثر به صورت تابعی از کمیت‌های بی‌بعد، برگرفته از پارامترهای اساسی تعریف می‌شود. مزیت اصلی این روش حجم محاسباتی بسیار اندک آن در قیاس با روش‌های عددی متداول است، چرا که بررسی تغییرات یک تابع به ازای تغییرات پارامترهای ورودی آن از منظر زمانی و محاسباتی به صرفه‌تر است. همچنین در صورت داشتن یک رابطه مشخص، کلیه پارامترهای مؤثر به همراه میزان تأثیر آن‌ها به آسانی قابل شناسایی است. از همین رو، انجام مطالعات پارامتری بر مبنای این رویکرد، دقت مطالعه را به طور قابل توجهی افزایش می‌دهد. در پایان این مطالعه، با توجه به نتایج به دست آمده روابط پیشنهادی آیین‌نامه‌های معتبر مورد مقایسه قرار گرفته و در نهایت در بخشی مجزا نتیجه‌گیری‌های لازم ارائه شده است.

## ۲- روابط تحلیلی توزیع تنش و عرض مؤثر

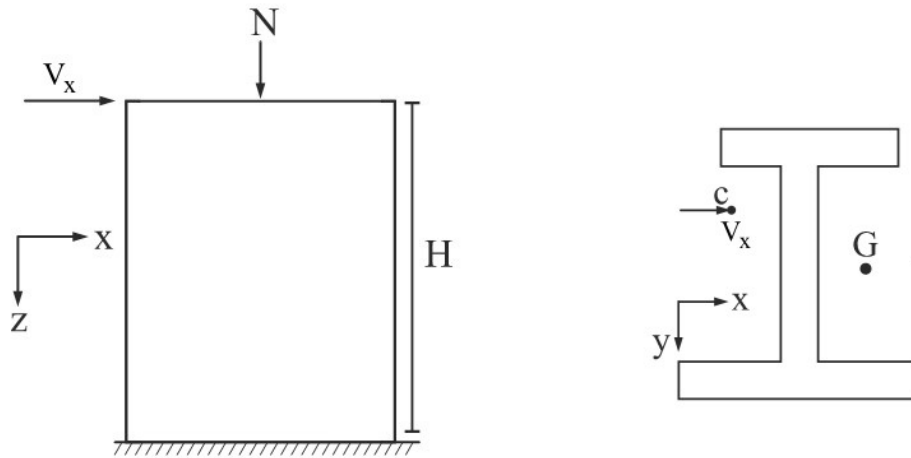
همان‌طور که اشاره شد، در این پژوهش بناست تا یک دیوار برشی بالدار با هندسه کلی از منظر توزیع تنش با لحاظ اثر تأخیر برشی، بررسی شود. در شکل (۳) هندسه عمومی مقطع دیوار برشی بالدار به همراه نحوه آرمان‌تورگذاری آن نمایش داده شده است.



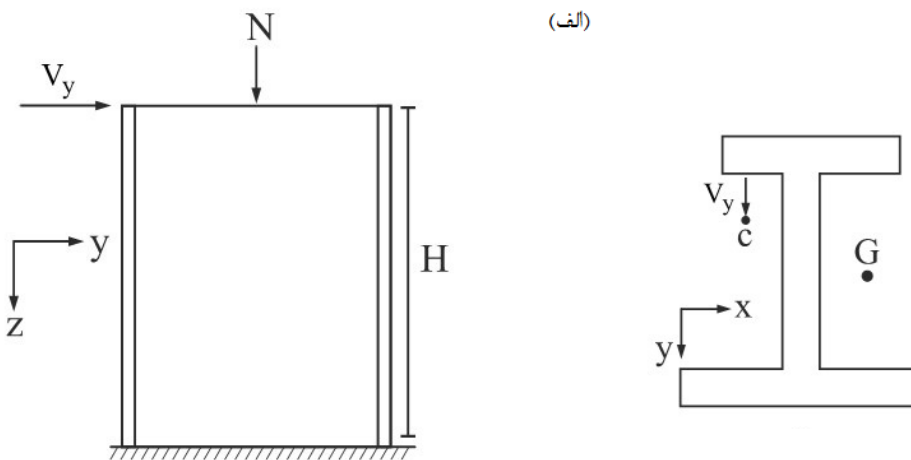
شکل ۳: مشخصات هندسی و نحوه آرمان‌تورگذاری در دیوار برشی بتن آرمه غیرمستطیلی

در شکل (۳)،  $b_{ftL}$ ,  $b_{ftR}$ ,  $b_{fbL}$ ,  $b_{fbR}$  به ترتیب نماینده عرض نیم‌بال‌های تحتانی و فوقانی در سمت چپ و راست جان مقطع،  $t_w$  و  $t_{ft}$ ,  $t_{fb}$  نیز به ترتیب نمایش‌دهنده ضخامت بال‌های تحتانی و فوقانی به همراه ضخامت جان مقطع،  $e_y$ ,  $e_x$  به ترتیب نشانگر خروج از مرکزیت بارهای قائم و افقی و پارامترهای  $h$ ,  $d_c$ ,  $e_c$  و  $G$  نیز به ترتیب نشان‌دهنده ارتفاع مقطع، طول ناحیه محصور شده، ضخامت بتن پوششی و مرکز سطح مقطع بالدار هستند.

گفتنی است که در این مطالعه توزیع تنش محوری تحت اثر پدیده تأخیر برشی ناشی از بارهای جانبی در راستای  $x$  و  $y$  (به ترتیب  $V_x, V_y$ ) به تفکیک ارائه شده است. ضمناً در شکل (۴) مشخصات هندسی دیوار در ارتفاع نمایش داده شده است، همان‌طور که مشاهده می‌شود، در این تصویر،  $H$  بیانگر ارتفاع و  $N$  نماینده بار محوری وارده به سازه دیوار است.



(الف)



(ب)

شکل ۴: نمایش نحوه بارگذاری دیوار در هر حالت: (الف) بار جانبی در راستای  $x$  (ب) بار جانبی در راستای  $y$

لازم به ذکر است که به منظور عدم تداخل اثر اعوجاج پیچشی بر پدیده تأخیر برشی، بارهای جانبی وارده در مرکز برش سطح مقطع ( $c$ ) وارد گشته‌اند. تحت اثر بارهای جانبی وارده در هر راستا، سازه دچار تغییر شکل جانبی می‌شود که با برقراری فرض اویلر - برنولی از روابط زیر تبعیت می‌کند:

$$W_x(z) = \frac{V_x}{6EI_y} (z^3 - 3H^2z + 2H^3) \quad (2)$$

$$W_y(z) = \frac{V_y}{6EI_x} (z^3 - 3H^2z + 2H^3) \quad (3)$$

از آن‌جا که سازه‌های بتن آرمه اساساً سازه‌هایی ناهمگن تلقی می‌شوند، لذا برای تخمین مدول الاستیسیته معادل در آن‌ها، از رابطه (۴) استفاده می‌گردد:

$$E = \frac{E_{sft} A_{sft} + E_{sfb} A_{sfb} + E_{sw} A_{sw} + E_c A_c}{A} \quad (4)$$

در این رابطه  $E_{sft}$ ،  $E_{sfb}$ ،  $E_{sw}$  و  $E_c$  به ترتیب مدول الاستیسیته میلگردهای واقع در بال فوقانی، بال تحتانی، جان مقطع و نیز بتن مصرفی است و  $A_{sft}$ ،  $A_{sfb}$ ،  $A_{sw}$  و  $A_c$  نیز به ترتیب مساحت نظیر آن‌ها در مقطع بوده و  $A$  نیز نماینده مساحت کل مقطع است.

از سوی دیگر در اثر اعمال بارهای جانبی و تأخیر برشی متناظر با آن‌ها، تغییر شکل جانبی مازاد نیز در هر راستا در سازه دیوار ایجاد می‌گردد که از اصل کمینه انرژی پتانسیل<sup>۱</sup> قابل محاسبه بوده و از روابط (۵) و (۶) تبعیت می‌کند [۱۱]:

$$s_x(z) = \frac{V_x}{EI_{wx} \lambda_x^3} \left( \frac{\sinh(\lambda_x z)}{\lambda_x \cosh(\lambda_x H)} - z - \frac{\tanh(\lambda_x H)}{\lambda_x} + H \right) \quad (5)$$

$$s_y(z) = \frac{V_x}{EI_{wy} \lambda_y^3} \left( \frac{\sinh(\lambda_y z)}{\lambda_y \cosh(\lambda_y H)} - z - \frac{\tanh(\lambda_y H)}{\lambda_y} + H \right) \quad (6)$$

در این رابطه، ثابت‌های  $I_{wx}$ ،  $I_{wy}$ ،  $\lambda_x$  و  $\lambda_y$  متناظر با ویژگی‌های هندسی مقطع و مصالح به کار رفته در آن هستند که در پیوست مقاله به تعاریف آن‌ها اشاره شده است. ضمناً همان‌طور که در مقدمه اشاره شد، در اثر تأخیر برشی ناشی از بارهای جانبی، یک تغییر شکل اعوجاجی در مقطع دیوار پدید می‌آید که با فرض توزیع مرتبه دوم، از روابط (۷) و (۸) تبعیت می‌نماید:

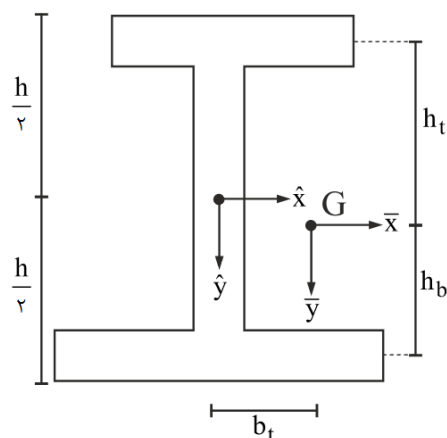
$$u_{wx}(\hat{x}, \hat{y}) = \beta_x - \alpha_x b_t \left( \frac{|\hat{y} - \frac{h}{2} + t_{fb}| \langle \hat{y} + \frac{h}{2} - t_{ft} \rangle}{(\frac{h}{2} - t_{fb})(\frac{h}{2} - t_{ft})} - \frac{\langle \hat{y} + \frac{h}{2} - t_{ft} \rangle}{\hat{y} + \frac{h}{2} - t_{ft}} \right) \left( 1 - \frac{\langle \hat{y} - \frac{h}{2} + t_{fb} \rangle}{\hat{y} - \frac{h}{2} + t_{fb}} \right) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} u_{wy}(\hat{x}, \hat{y}) = & \beta_y + \alpha_y h_b \left( 1 - \left( \frac{\hat{x} - \frac{t_w}{2}}{b_{fbR}} - 1 \right)^2 \right) \left( \frac{\langle \hat{y} - \frac{h}{2} + t_{fb} \rangle}{\hat{y} - \frac{h}{2} + t_{fb}} \right) \left( \frac{\langle \hat{x} - \frac{t_w}{2} \rangle}{\hat{x} - \frac{t_w}{2}} \right) \\ & + \alpha_y h_b \left( 1 - \left( \frac{\hat{x} + \frac{t_w}{2}}{b_{fbL}} + 1 \right)^2 \right) \left( \frac{\langle \hat{y} - \frac{h}{2} + t_{fb} \rangle}{\hat{y} - \frac{h}{2} + t_{fb}} \right) \left( 1 - \frac{\langle \hat{x} + \frac{t_w}{2} \rangle}{\hat{x} + \frac{t_w}{2}} \right) \\ & - \alpha_y h_t \left( 1 - \left( \frac{\hat{x} - \frac{t_w}{2}}{b_{ftR}} - 1 \right)^2 \right) \left( 1 - \frac{\langle \hat{y} + \frac{h}{2} - t_{ft} \rangle}{\hat{y} + \frac{h}{2} - t_{ft}} \right) \left( \frac{\langle \hat{x} - \frac{t_w}{2} \rangle}{\hat{x} - \frac{t_w}{2}} \right) \\ & - \alpha_y h_t \left( 1 - \left( \frac{\hat{x} + \frac{t_w}{2}}{b_{ftL}} + 1 \right)^2 \right) \left( 1 - \frac{\langle \hat{y} + \frac{h}{2} - t_{ft} \rangle}{\hat{y} + \frac{h}{2} - t_{ft}} \right) \left( 1 - \frac{\langle \hat{x} + \frac{t_w}{2} \rangle}{\hat{x} + \frac{t_w}{2}} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

<sup>1</sup> Minimum Potential Energy (MPE)



شایان ذکر است که در روابط (۷) و (۸)، عبارت  $\langle f \rangle$  نمایندهٔ براکت ماکالی<sup>۱</sup> است. به این ترتیب اگر مقدار درون آن منفی باشد، خروجی براکت صفر و در غیر این صورت، مقدار آن برابر با عبارت مندرج در داخل براکت است. دستگاه مختصات  $\hat{x}$  و  $\hat{y}$  و همچنین پارامترهای هندسی  $h_t$  و  $h_b$  و  $b_t$  در شکل (۵) نمایش داده شده است.



شکل ۵: نمایش دستگاه مختصات  $\hat{x}$  و  $\hat{y}$ .

لازم به ذکر است که در روابط (۷) و (۸)، ثابت‌های  $\alpha_x$ ،  $\alpha_y$ ،  $\beta_x$  و  $\beta_y$  نیز از چهار معادلهٔ زیر تعیین می‌شوند:

$$\int_A u_{wx}(\hat{x}, \hat{y}) dA = 0 \quad (۹)$$

$$\int_A u_{wy}(\hat{x}, \hat{y}) dA = 0 \quad (۱۰)$$

$$\int_A u_{wx}(\hat{x}, \hat{y})(x - x_G) dA = \bar{I}_y \quad (۱۱)$$

$$\int_A u_{wy}(\hat{x}, \hat{y})(y - y_G) dA = \bar{I}_x \quad (۱۲)$$

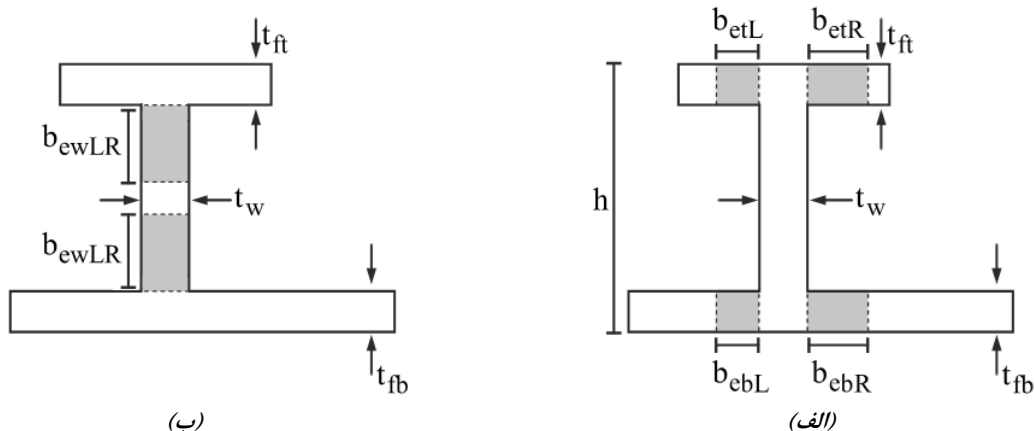
به این ترتیب، توزیع تنش محوری ناشی از بارگذاری نیروی محوری  $N$  و بارهای جانبی  $V_x$  و  $V_y$  به ترتیب برابر است با:

$$\sigma_x = -E(x - x_G)W_x''(z) + E[u_{wx}(x, y) - x + x_G]s_x''(z) - \frac{N}{A} \quad (۱۳)$$

$$\sigma_y = -E(y - y_G)W_y''(z) + E[u_{wy}(x, y) - y + y_G]s_y''(z) - \frac{N}{A} \quad (۱۴)$$

اکنون پس از تعیین توزیع تنش محوری در مقطع بناست تا عرض مؤثر در بخش‌های مختلف بال و جان مقطع محاسبه گردد. با توجه به هندسهٔ عمومی و نامتقارن مقطع در نظر گرفته شده، لازم است تا برای تعیین عرض مؤثر در بال‌ها و جان، از پارامترهای کمکی  $b_{etL}$ ،  $b_{etR}$ ،  $b_{ebL}$ ،  $b_{ebR}$  و  $b_{ewLR}$  استفاده شود. پارامترهای هندسی مذکور در شکل (۶) تعریف شده‌اند.

<sup>۱</sup> Macaulay bracket



شکل ۶: نمایش پارامترهای هندسی کمکی در تعیین عرض مؤثر: (الف) در بال‌های مقطع (ب) در جان مقطع.

باید توجه داشت که عمدتاً به عنوان فرض محافظه‌کارانه در طراحی سازه‌های بتن آرمه از مقاومت کششی آن صرف نظر می‌شود و در واقع میلگردهای طولی مقطع مقاومت لازم در برابر بار کششی را ایجاد می‌کند. بنابراین، تعیین عرض مؤثر در نواحی فشاری حائز اهمیت است. گفتنی است که در برخی تحقیقاتی که پیرامون محاسبه عرض مؤثر بال صورت گرفته، این کمیت در نواحی کششی برابر کل عرض بال پیشنهاد شده است. از این رو، کلیه روابط (۱۵) تا (۱۹) بر مبنای این فرض که بخش موردنظر از مقطع به تمامی در نواحی فشاری واقع شده، استخراج گشته‌اند.

$$b_{ewLR} = \frac{h - t_{ft} - t_{fb}}{2} \left( 1 - \frac{\alpha_x b_t (h - t_{ft} - t_{fb})^2 s_x''(z)}{\epsilon \left( \frac{h}{2} - t_{fb} \right) \left( \frac{h}{2} - t_{ft} \right) (x_G W_x''(z) + (\beta_x + x_G) s_x''(z) - \frac{N}{AE})} \right) \quad (15)$$

$$b_{etL} = b_{ftL} \left( 1 - \frac{2\alpha_y h_t s_y''(z)}{3 \left( \left( \frac{h}{2} - \frac{t_{ft}}{2} + y_G \right) W_y''(z) + [\beta_y + y_G + \frac{h}{2} - \frac{t_{ft}}{2}] s_y''(z) - \frac{N}{AE} \right)} \right) \quad (16)$$

$$b_{etR} = b_{ftR} \left( 1 - \frac{2\alpha_y h_t s_y''(z)}{3 \left( \left( \frac{h}{2} - \frac{t_{ft}}{2} + y_G \right) W_y''(z) + [\beta_y + y_G + \frac{h}{2} - \frac{t_{ft}}{2}] s_y''(z) - \frac{N}{AE} \right)} \right) \quad (17)$$

$$b_{ebL} = b_{fbL} \left( 1 - \frac{2\alpha_y h_b s_y''(z)}{3 \left( \left( \frac{h}{2} - \frac{t_{fb}}{2} - y_G \right) W_y''(z) - [\beta_y + y_G - \frac{h}{2} + \frac{t_{fb}}{2}] s_y''(z) + \frac{N}{AE} \right)} \right) \quad (18)$$

$$b_{ebR} = b_{fbR} \left( 1 - \frac{2\alpha_y h_b s_y''(z)}{3 \left( \left( \frac{h}{2} - \frac{t_{fb}}{2} - y_G \right) W_y''(z) - [\beta_y + y_G - \frac{h}{2} + \frac{t_{fb}}{2}] s_y''(z) + \frac{N}{AE} \right)} \right) \quad (19)$$

اکنون با محاسبه پارامترهای فوق، عرض مؤثر در جان و بال‌ها از روابط (۲۰) تا (۲۲) تبعیت می‌کند:

$$b_{ew} = 2b_{ewLR} + \frac{t_{ft}}{2} + \frac{t_{fb}}{2} \quad (20)$$

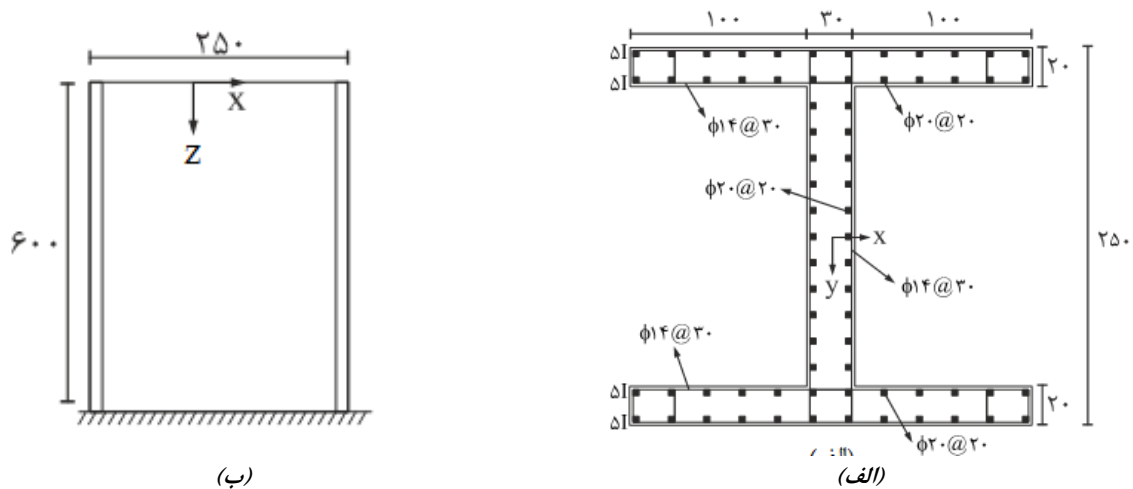
$$b_{eft} = b_{etL} + b_{etR} + t_w \quad (21)$$

$$b_{efb} = b_{ebL} + b_{ebR} + t_w \quad (22)$$

مشاهده می‌شود که در حالت کلی رابطه تحلیلی مبین عرض مؤثر مقطع بسیار پیچیده است و از این رو امکان به کارگیری آن در محاسبات مهندسی وجود ندارد و همچنین پارامترهای اساسی و مقدار تأثیر آن‌ها نیز در این روابط آشکار نیست. به همین جهت، در بخش بعد در قالب مطالعه پارامتری، اثر هر یک از کمیت‌های مرتبط با مصالح و هندسه مقطع ارزیابی خواهد شد.

### ۳- مطالعه پارامتری

به منظور انجام مطالعه پارامتری بر روی مقادیر عرض مؤثر، نخست یک دیوار برشی I- شکل با مشخصات هندسی و نحوه آرماتورگذاری متداول در نظر گرفته شده و سپس با تغییر کمیت‌های اثرگذار بر مقدار عرض مؤثر در بازه‌های معمول به لحاظ اجرایی، نحوه تغییرات آن‌ها بر اساس دو رویکرد (الف) بررسی مرتبه تغییرات عرض مؤثر با برآزش یک تابع مناسب و (ب) رگرسیون خطی ارزیابی می‌شوند.



شکل ۷: نمایش دیوار برشی I- شکل، الف) نحوه آرماتورگذاری، ب) ابعاد هندسی دیوار (کلیه ابعاد بر حسب سانتی‌متر است).

مشخصات بتن و میلگردهای مورد استفاده در دیوار برشی I- شکل در جدول (۱) آورده شده و نیز در جدول (۲) کمیت‌ها و پارامترهای هندسی مورد نیاز جهت انجام محاسبات مربوط به روابط عرض مؤثر ارائه شده است.

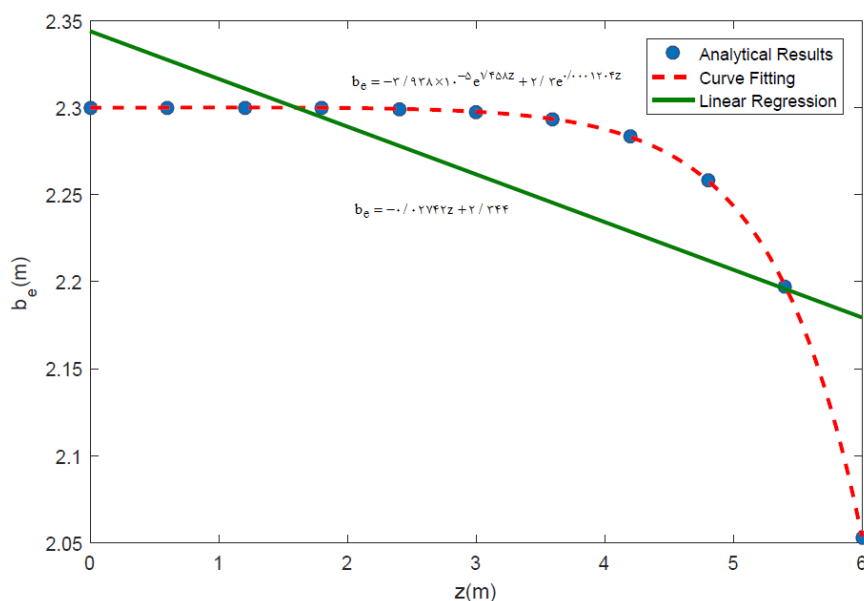
جدول ۱: مشخصات مصالح مصرفی در دیوار برشی I- شکل.

مقدار متناظر	مشخصات مصالح
۳۰۰	مقاومت مشخصه بتن (کیلوگرم بر سانتی‌متر مربع)
۳۵	مقاومت کششی بتن (کیلوگرم بر سانتی‌متر مربع)
۴۰۰۰	تنش تسلیم فولاد (کیلوگرم بر سانتی‌متر مربع)
$2,62 \times 10^5$	مدول الاستیسیته بتن (کیلوگرم بر سانتی‌متر مربع)
$2,04 \times 10^6$	مدول الاستیسیته فولاد (کیلوگرم بر سانتی‌متر مربع)
$3,50 \times 10^5$	مدول الاستیسیته معادل مقطع (کیلوگرم بر سانتی‌متر مربع)
۰,۱۵	ضریب پواسون
$1,52 \times 10^5$	مدول برشی (کیلوگرم بر سانتی‌متر مربع)

جدول ۲: پارامترهای هندسی لازم برای محاسبه عرض مؤثر

$A$ (m <sup>۲</sup> )	۱,۵۵۰	$J$ (m <sup>۴</sup> )	۰,۰۳۱
$x_G$ (m)	۰	$\beta_x$ (m)	۰
$y_G$ (m)	۰	$\beta_y$ (m)	۰
$h_t$ (m)	۱,۱۵۰	$\alpha_x$	۰
$h_b$ (m)	۱,۱۵۰	$\alpha_y$	۲,۰۵۷
$\bar{I}_x$ (m <sup>۴</sup> )	۱,۴۵۱	$I_{wc}$ (m <sup>۴</sup> )	۰,۹۳۸
$\bar{I}_y$ (m <sup>۴</sup> )	۰,۴۱۰	$I_{ec}$ (m <sup>۲</sup> )	۵,۹۷۲

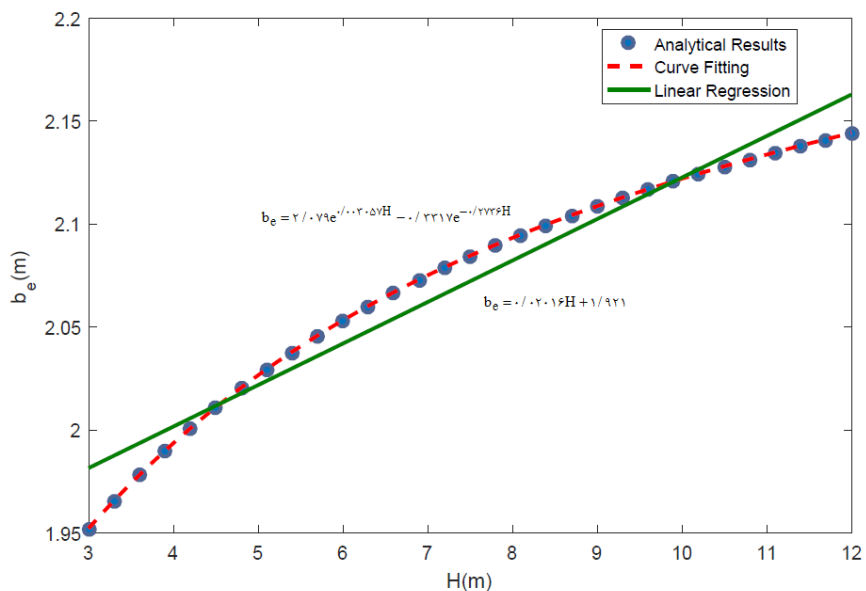
برای بررسی عرض مؤثر در راستای  $x$  بار جانبی ۱۵ تن و بار محوری ۲۵۰ تن، و نیز جهت بررسی عرض مؤثر در راستای  $y$ ، بار جانبی و محوری وارده به دیوار برشی به ترتیب ۶۰ و ۲۵۰ تن در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که عرض مؤثر در جان مقطع در اثر بار وارده در راستای  $x$  به علت تقارن، در ارتفاع دیوار ثابت بوده و برابر ۲/۳ متر است. در مقابل، عرض مؤثر بال در اثر بار جانبی در راستای  $y$  در طول ارتفاع در حال تغییر بوده و نحوه تغییرات آن در شکل ۸ نمایش داده شده است.



شکل ۸: تغییرات مقدار عرض مؤثر بال در طول ارتفاع دیوار.

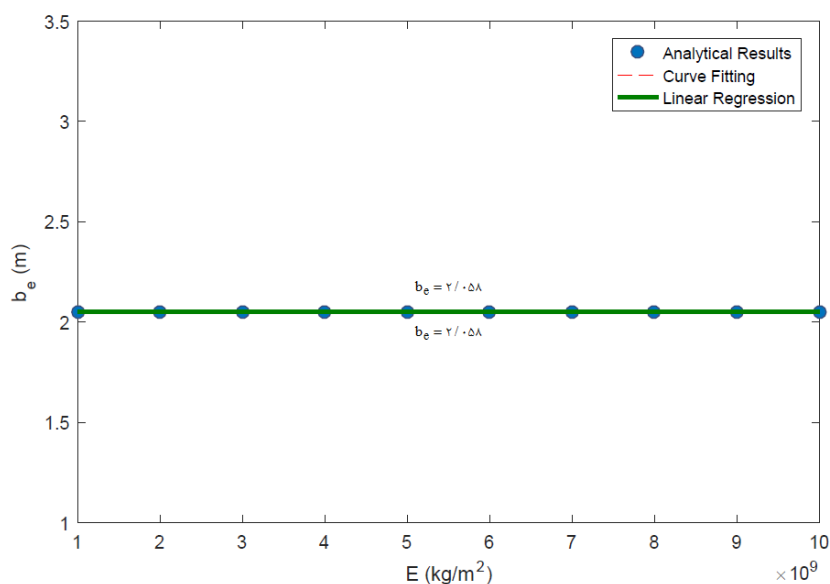
ملاحظه می‌شود که بیشترین تأثیر پدیده تأخیر برشی در کاهش عرض مؤثر مقطع در پای دیوار رخ می‌دهد. از این رو، در تمامی نمودارهای پیش رو و در جهت محافظه کارانه، عرض مؤثر در پای دیوار (محل لنگر بیشینه) بررسی خواهد شد.

حال چنانچه تغییرات عرض مؤثر به ازای تغییر مقادیر ارتفاع دیوار در ناحیه الاستیک ارزیابی شود، شکل ۹ حاصل می‌گردد. مشاهده می‌شود که اگرچه رفتار تغییر مقادیر عرض مؤثر از تابعی تبعیت می‌کند، اما استفاده از الگوهای خطی مشابه ضوابط بسیاری از آیین‌نامه‌ها، تا حدودی قابل قبول است.

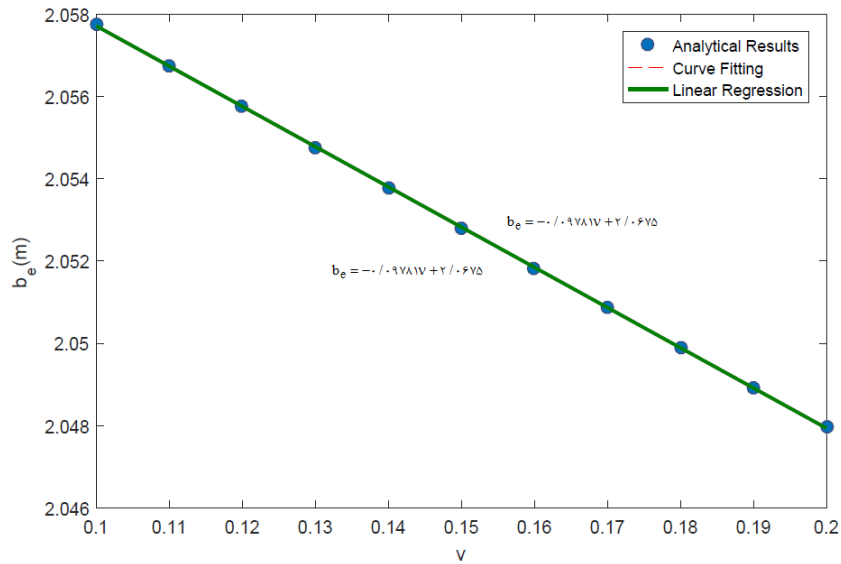


شکل ۹: تغییرات مقدار عرض مؤثر بال به ازای تغییر ارتفاع دیوار.

مورد دیگری که مطالعه آن حائز اهمیت است، تأثیر ویژگی‌های مصالح مصرفی در مقدار عرض مؤثر مقطع دیوارهای برشی غیرمستطیلی است. از همین رو، در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ تغییرات عرض مؤثر در ازای تغییر مدول الاستیسیته معادل و ضریب پواسون بررسی خواهد شد. پیداست که تأثیر مدول الاستیسیته معادل در ناحیه خطی بر عرض مؤثر تقریباً ناچیز و قابل صرف نظر کردن است. از طرفی اگرچه شیب تغییرات عرض مؤثر در ازای تغییرات ضریب پواسون سازه قابل توجه است، اما از آنجا که این کمیت در سازه‌های بتن آرمه معمولاً در بازه کوچک ۰٫۱ تا ۰٫۲ متغیر است، بنابراین در مجموع اثر قابل توجهی در مقدار عرض مؤثر ندارد.

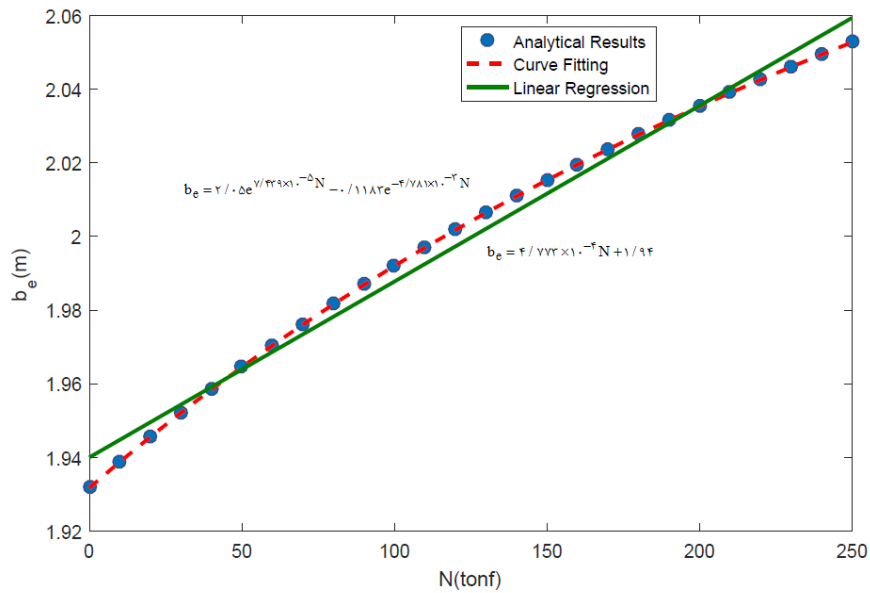


شکل ۱۰: تغییرات مقدار عرض مؤثر بال به ازای تغییر مدول الاستیسیته معادل ( $E$ ).

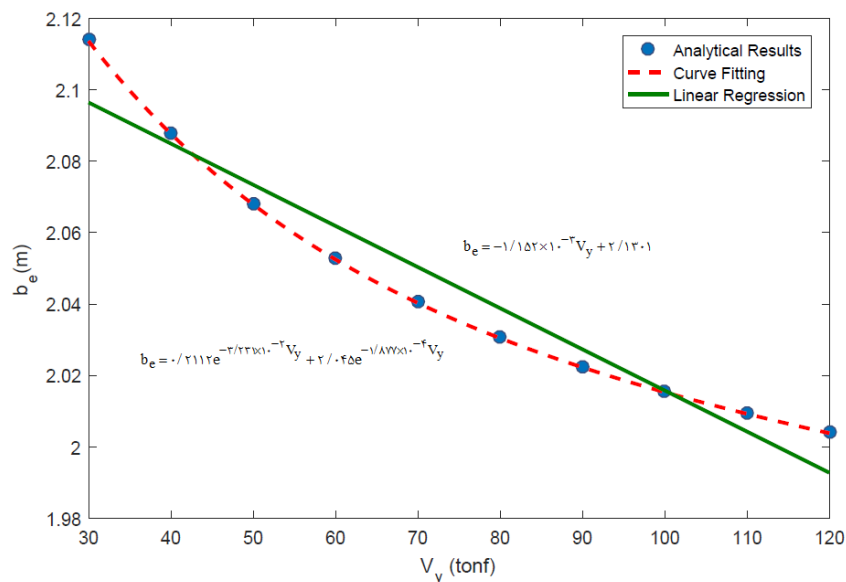


شکل ۱۱: تغییرات مقدار عرض مؤثر بال به ازای تغییر ضریب پواسون (b)

پژوهش‌های آزمایشگاهی و عددی انجام شده بر روی دیوارهای برشی بتن آرمه غیرمستطیلی نشان می‌دهد که نحوه بارگذاری و مقدار آن بر روی عرض مؤثر بال اثرگذار است [۱۲، ۱۳]. به منظور بررسی صحت این موضوع، در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ به ترتیب اثر بارگذاری محوری و نیز بارگذاری جانبی در راستای جان مقطع، بر مقدار عرض مؤثر بال نمایش داده شده است.

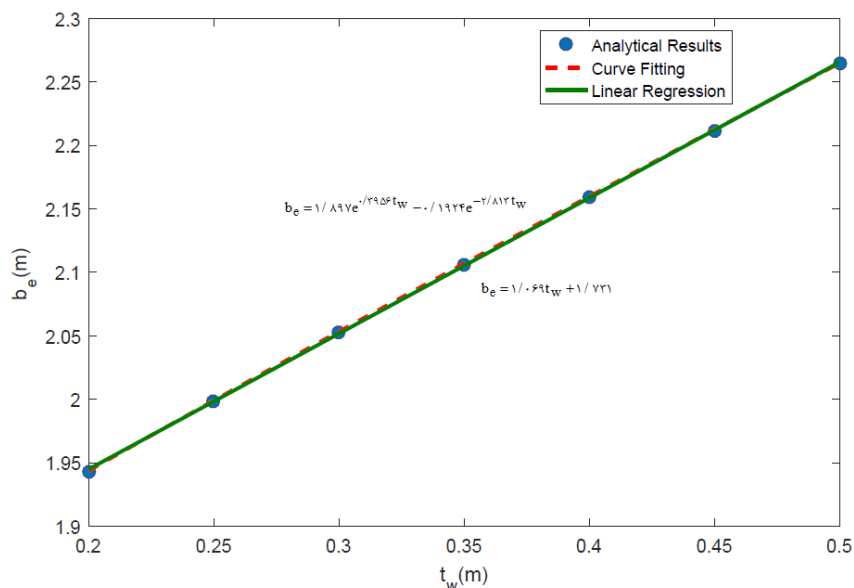


شکل ۱۲: تغییرات مقدار عرض مؤثر بال به ازای تغییر بار محوری.

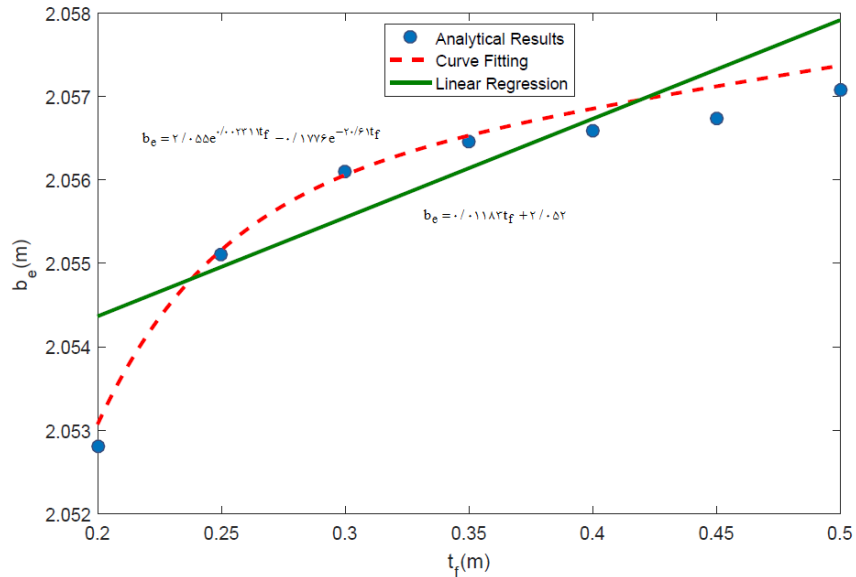


شکل ۱۳: تغییرات مقدار عرض مؤثر بال به ازای تغییر بار جانبی.

با بررسی نمودارهای فوق پیداست که با توجه به روند نمایی حاکم با افزایش قابل توجه مقدار بارهای وارده، عرض مؤثر به طور چشمگیری تغییر خواهد کرد. همچنین، باید توجه داشت که محدوده مورد بررسی این مطالعه، ناحیه الاستیک و پیش از ترک خوردگی بتن بوده و بنابراین مقدار بارهای وارده در قیاس با بارهای نهایی ناچیز هستند. بررسی اثر ویژگی‌های هندسی مقطع دیوار نظیر ضخامت بال، ضخامت جان به همراه طول بال و ارتفاع مقطع بر عرض مؤثر نیز موضوعی قابل ملاحظه است. در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ به ترتیب تأثیر تغییرات ضخامت بال و جان بر مقدار عرض مؤثر بال نشان داده شده است.

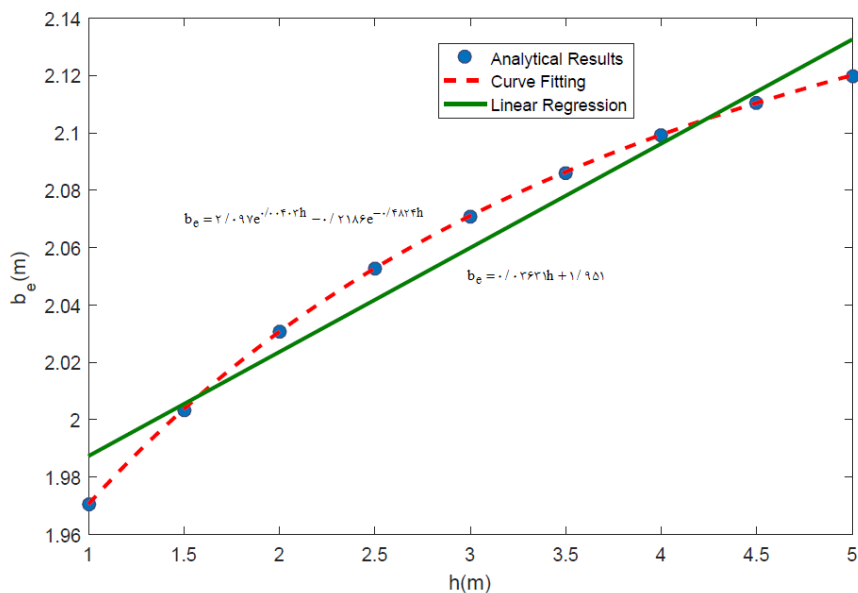


شکل ۱۴: تغییرات مقدار عرض مؤثر بال به ازای تغییر ضخامت جان.



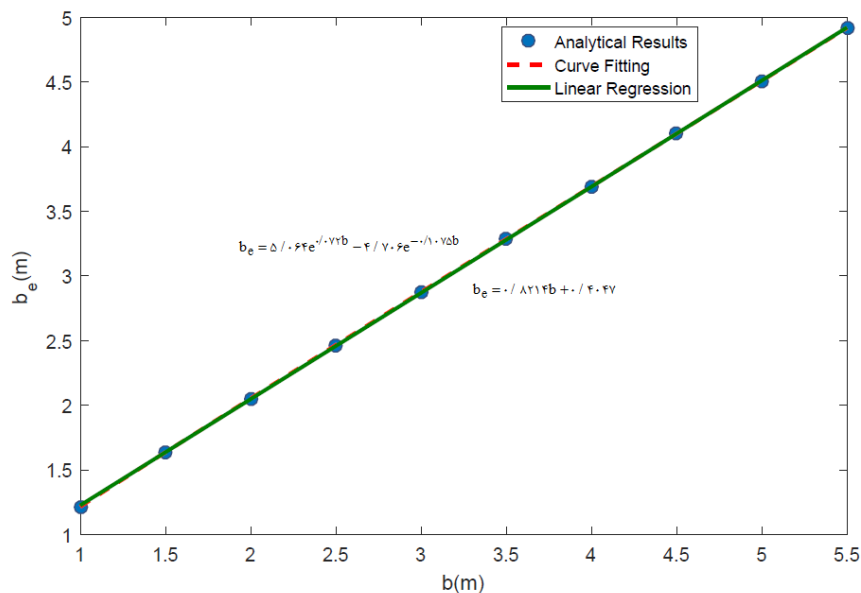
شکل ۱۵: تغییرات مقدار عرض مؤثر بال به ازای تغییر ضخامت بال تحتانی.

با مشاهده شکل ۱۴ در نگاه اول این گونه برداشت می‌شود که ضخامت جان تأثیر قابل توجهی بر عرض مؤثر بال دارد، اما باید توجه داشت که این اثر ناشی از ورود مستقیم این متغیر در معادلات مربوط به عرض مؤثر بال (روابط ۲۱ و ۲۲) است و ضخامت جان تأثیر قابل ملاحظه‌ای در اثر تأخیر برشی و تغییر در توزیع تنش محوری مقطع ندارد. نزدیکی شیب خط برازش شده در این شکل به عدد یک نیز مؤید این موضوع است. همچنین بررسی شکل ۱۵ به خوبی نشان می‌دهد که ضخامت بال نقش ناچیزی در تغییرات عرض مؤثر ایفا می‌کند. گفتنی است که ضخامت جان و بال‌ها معمولاً در بازه‌های عددی اندکی تغییر می‌کنند که این امر نیز مزید بر علت است. در ادامه و در شکل‌های ۱۶ و ۱۷ اثر ارتفاع مقطع و طول بال بر مقدار عرض مؤثر بال بررسی شده است.

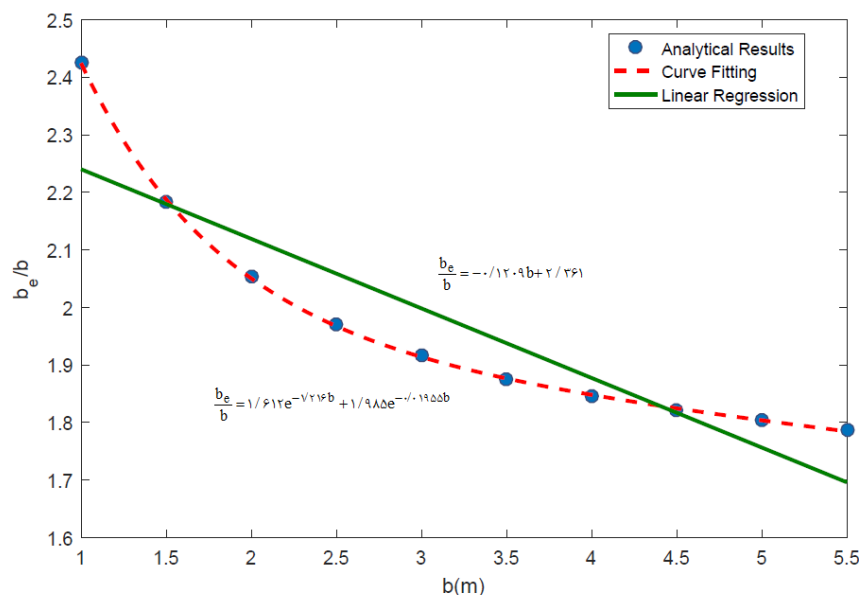


شکل ۱۶: تغییرات مقدار عرض مؤثر بال به ازای تغییرات ارتفاع مقطع.





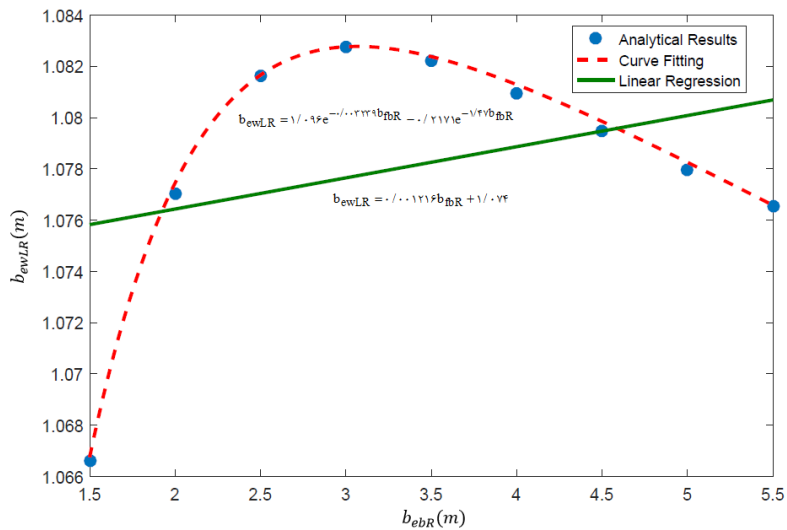
(الف)



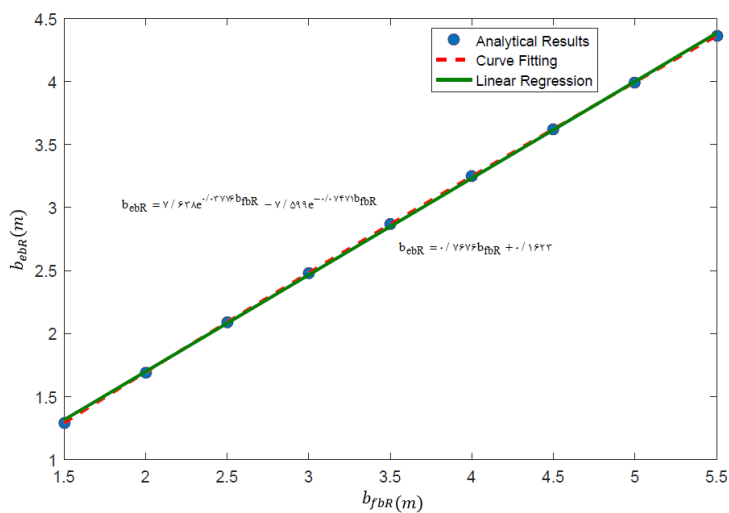
(ب)

شکل ۱۷: تغییرات مقدار عرض مؤثر بال در ازای تغییرات بال تحتانی: (الف) عرض مؤثر، (ب) نسبت  $b_e/b$ .

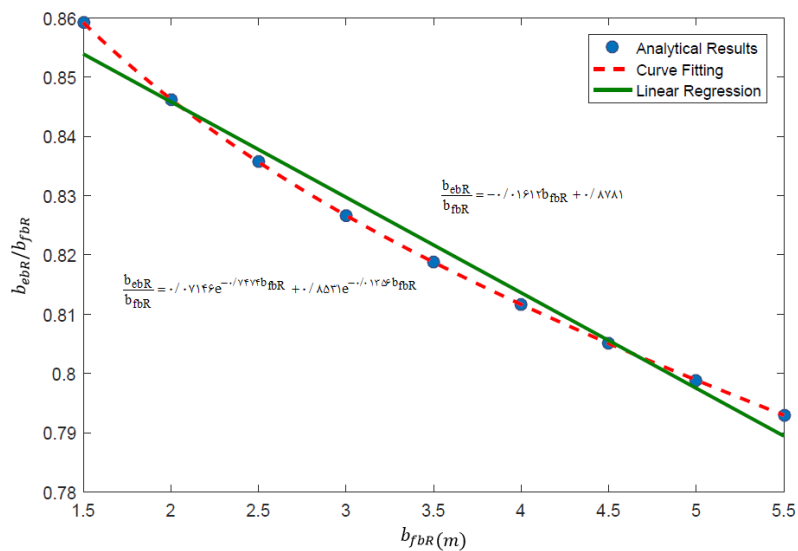
همان‌طور که انتظار می‌رفت، اثر تغییر در مقدار ارتفاع مقطع و طول بال، در عرض مؤثر بال کاملاً محسوس است. لازم به ذکر است که در شکل ۱۷، طول بال تحتانی به صورت متقارن افزایش یافته است، چنانچه طول بال تنها از یک سمت و به صورت نامتقارن اضافه گردد، روند تغییرات عرض مؤثر بال و عرض مؤثر جان به ترتیب مطابق شکل‌های ۱۸ و ۱۹ خواهد بود.



شکل ۱۸: تغییرات مقدار عرض مؤثر بال در ازای تغییرات بال تحتانی از یک سمت.



(الف)



(ب)

شکل ۱۹: تغییرات مقدار عرض مؤثر جان در ازای تغییرات بال تحتانی از یک سمت.

مشاهده می‌شود که اثر افزایش طول بال در عرض مؤثر جان بسیار ناچیز است. همچنین از بررسی دو نمودار (۱۷-ب) و (۱۹-ب) نیز می‌توان نتیجه گرفت که اثر طول بال علاوه بر حضور به عنوان ضریب در روابط تحلیلی، در تأخیر برشی نیز مؤثر بوده و بنابراین نسبت عرض مؤثر به طول بال نیز کمیتی ثابت نخواهد بود و به صورت نمایی کاهش می‌یابد.

پس از مطالعه اثر پارامترهای مختلف بر عرض مؤثر، در بخش آتی ضمن مقایسه میزان تأثیر این پارامترها و انتخاب کمیت‌های اساسی به عنوان پارامترهای اثرگذار در تعیین عرض مؤثر، با استفاده از آنالیز ابعادی، عرض مؤثر به صورت تابعی از این پارامترها مطرح می‌گردد.

#### ۴- آنالیز ابعادی

در بخش قبل نحوه تغییرات عرض مؤثر به ازای تغییر هر یک از پارامترهای حاضر در روابط تحلیلی بررسی و در هر مورد یک تابع خطی به نتایج تحلیلی برازش شد. شیب خط برازش شده در واقع نماینده میانگین تغییرات عرض مؤثر به ازای تغییر پارامتر مزبور است. بنابراین، از حاصل ضرب مقدار این شیب در تغییرات متغیر موردنظر، برآوردی از میزان اثرگذاری این پارامتر حاصل می‌گردد. در جدول ۳، میزان تأثیر متغیرهای مورد مطالعه در بخش قبل به کمک این روش با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

جدول ۳: مقایسه میزان اثرگذاری پارامترها.

پارامتر	نماد	مرتبه تغییرات پارامتر	شیب خط برازش شده	مرتبه اثرگذاری پارامتر
تراز ارتفاعی	$z$ (m)	۱۰	-۰٫۰۲۷۴۲	۰٫۲۷۴۲
ارتفاع دیوار	$H$ (m)	۱۰	۰٫۰۲۰۱۶	۰٫۲۰۱۶
مدول الاستیسیته	$E$ (kg / m <sup>۲</sup> )	۱۰ <sup>۹</sup>	۰	۰
ضریب پواسون	$\nu$	۱۰ <sup>-۱</sup>	-۰٫۰۹۷۸۱	۰٫۰۰۹۷۸۱
بار محوری	$N$ (tonf)	۱۰ <sup>۳</sup>	$۴٫۷۷۳ \times ۱۰^{-۴}$	۰٫۴۷۷۳
بار جانبی	$V_y$ (tonf)	۱۰ <sup>۲</sup>	-۰٫۰۰۱۱۵۲	۰٫۱۱۵۲
ضخامت جان	$t_w$ (m)	۱۰ <sup>-۱</sup>	۰٫۰۶۹	۰٫۱۰۶۹
ضخامت بال	$t_f$ (m)	۱۰ <sup>-۱</sup>	۰٫۰۱۱۸۳	۰٫۰۰۱۱۸۳
ارتفاع مقطع	$h$ (m)	۱۰ <sup>۰</sup>	۰٫۰۳۶۳۱	۰٫۰۳۶۳۱
طول بال	$b$ (m)	۱۰ <sup>۰</sup>	۰٫۸۲۱۴	۰٫۸۲۱۴
طول جان	$b_{fbR}$ (m)	۱۰ <sup>۰</sup>	۰٫۰۰۱۲۱۶	۰٫۰۰۱۲۱۶

با بررسی و مقایسه اثرگذاری پارامترهای جدول (۳) مشاهده می‌شود که کمیت‌هایی مانند مدول الاستیسیته، ضریب پواسون، ضخامت بال و ارتفاع مقطع سهم چندانی در تعیین عرض مؤثر یک دیوار ندارد. از طرفی، در نمودارهای ارائه شده در بخش قبل مشخص شد که اثر ضخامت جان صرفاً به علت ورود مستقیم این پارامتر در روابط مربوط به محاسبه عرض مؤثر مقطع است. بنابراین چنانچه به جای عرض مؤثر، پارامترهای کمکی  $b_{ewLR}$ ،  $b_{etL}$ ،  $b_{etR}$  و  $b_{ebL}$  و  $b_{ebR}$  برای محاسبه در نظر گرفته شود، دیگر نیازی به لحاظ کردن ضخامت جان نخواهد بود. از دیگر پارامترهای اثرگذار در تعیین عرض مؤثر، طول بال مقطع است که در نمودارهای بخش قبل ملاحظه شد که ارتباط آن با عرض مؤثر با تقریب قابل قبولی به صورت خطی است از همین رو، با دقت مناسبی می‌توان کمیت  $b_e/b$  را مستقل از بال در نظر گرفت. لذا، در حالت کلی برای پارامترهای کمکی عرض مؤثر می‌توان نوشت:

$$\frac{b_{ewLR}}{h-t_{ft}-t_{fb}} = \phi_1(z, H, N, V_x, \frac{A_{lw}}{s_w}, \frac{A_{vw}}{s'_w}) \quad (23)$$

$$\frac{b_{etR}}{b_{ftR}} = \phi_2(z, H, N, V_y, \frac{A_{lftR}}{s_{ftR}}, \frac{A_{vftR}}{s'_{ftR}}) \quad (24)$$

$$\frac{b_{etL}}{b_{ftL}} = \phi_2(z, H, N, V_y, \frac{A_{lftL}}{s_{ftL}}, \frac{A_{vftL}}{s'_{ftL}}) \quad (25)$$

$$\frac{b_{ebR}}{b_{fbR}} = \phi_3(z, H, N, V_y, \frac{A_{lfbR}}{s_{fbR}}, \frac{A_{vfbR}}{s'_{fbR}}) \quad (26)$$

$$\frac{b_{ebL}}{b_{fbL}} = \phi_3(z, H, N, V_y, \frac{A_{lfbL}}{s_{fbL}}, \frac{A_{vfbL}}{s'_{fbL}}) \quad (27)$$

در روابط فوق  $\phi_1$ ،  $\phi_2$  و  $\phi_3$  به ترتیب معرف سه تابع دلخواه هستند که از بررسی عددی مقاطع بالدار حاصل می‌گردند.  $A_{lx}$  و  $A_{vx}$  نماینده مقدار آرماتورهای طولی و عرضی و نیز  $s_x$  و  $s'_x$  به ترتیب بیانگر فواصل آرماتورهای طولی و عرضی در ناحیه  $x$  از دیوار برشی است.

در خصوص این روابط ذکر چند نکته ضروری است. نخست آن که در روابط تحلیلی در ناحیه خطی و پیش از ترک خوردگی، اثر آرماتورهای طولی و عرضی در رفتار سازه چندان قابل توجه نیست و از همین رو استفاده از مدول الاستیسیته معادل خطای قابل توجهی در برآورد پاسخ سازه ایجاد نمی‌کند [۸،۹]. به همین جهت این احتمال وجود دارد که در ناحیه غیرخطی و پس از تقسیم آرماتورها، توزیع تنش و کرنش محوری تابعی از آرایش میلگردهای طولی و عرضی نیز باشد. از این رو دو پارامتر  $A_{lx} / s_x$  و  $A_{vx} / s'_x$  نیز در روابط (۲۳) تا (۲۷) لحاظ شده است. با این وجود، در مطالعات عددی که پیرامون بحث اثر تأخیر برشی و عرض مؤثر انجام گرفته، آرایش میلگردها به عنوان یک کمیت اثرگذار معرفی نشده است [۱]. از سوی دیگر، با افزایش تراز ارتفاعی ( $z$ )، عرض مؤثر مقطع کاهش می‌یابد. لذا، برای ارائه مقدار محافظه کارانه‌ای از عرض مؤثر، تراز موردنظر در پای دیوار ( $z = H$ ) در نظر گرفته می‌شود.

همچنین با توجه به شکل‌های (۱۷-ب) و (۱۹-ب)، برای افزایش دقت در برآورد عرض مؤثر مقطع، پارامترهای مرتبط به طول بال نیز بهتر است در توابع  $\phi_1$  تا  $\phi_3$  لحاظ شوند. به این ترتیب، در مسئله یافتن عرض مؤثر مجموعاً پنج متغیر مؤثر  $(H, N, V, b_e, b)$  وجود دارند که این پنج متغیر از دو کمیت اصلی  $(L, M)$  تشکیل شده‌اند. بنابراین طبق قضیه پای باکینگهام [۱۴] و نتایج به دست آمده در بخش قبل، ۳ پارامتر بی‌بعد  $\pi_1 = b_e / b$ ،  $\pi_2 = N / V$  و  $\pi_3 = H / b$  در نظر گرفته می‌شوند. در نتیجه برای محاسبه پارامترهای کمکی می‌توان نوشت:

$$\frac{b_{ewLR}}{h-t_{ft}-t_{fb}} = \lambda_1 \left( \frac{N}{V_x}, \frac{H}{h-t_{ft}-t_{fb}} \right) \quad (28)$$

$$\frac{b_{etR}}{b_{ftR}} = \lambda_2 \left( \frac{N}{V_y}, \frac{H}{b_{ftR}} \right) \quad (29)$$

$$\frac{b_{etL}}{b_{ftL}} = \lambda_2 \left( \frac{N}{V_y}, \frac{H}{b_{ftL}} \right) \quad (30)$$

$$\frac{b_{ebR}}{b_{fbR}} = \lambda_w \left( \frac{N}{V_y}, \frac{H}{b_{fbR}} \right) \quad (31)$$

$$\frac{b_{ebL}}{b_{fbL}} = \lambda_w \left( \frac{N}{V_y}, \frac{H}{b_{fbL}} \right) \quad (32)$$

لازم به ذکر است که  $\lambda_1$ ،  $\lambda_2$  و  $\lambda_3$  نشانگر توابعی هستند که به صورت تجربی با استفاده از نتایج آزمایشگاهی یا مطالعات عددی حاصل می‌شوند. اکنون که پارامترهای اساسی و تأثیرگذار در مقدار عرض مؤثر بال و جان مشخص شد و با توجه به نتایج حاصل شده در این بخش، در ادامه ضوابط مختلف آیین‌نامه‌ها برای محاسبه مقدار عرض مؤثر مقطع ارائه و مقایسه‌ای میان آن‌ها انجام خواهد شد.

#### ۵- ضوابط آیین‌نامه‌های معتبر برای محاسبه عرض مؤثر مقطع

ضوابط ارائه شده در آیین‌نامه‌های مختلف برای تعیین عرض مؤثر، اگرچه در برخی جزئیات با هم تفاوت دارند، اما کلیت آن‌ها غالباً مشابه یکدیگر است. برای نمونه، آیین‌نامه<sup>1</sup> ACI-318، یک چهارم ارتفاع دیوار را به‌عنوان عرض مؤثر دیوارهای برشی بتن آرمه بالدار پیشنهاد می‌دهد [۱۵] که آیین‌نامه بتن ایران (آبا) نیز از همین ضابطه جهت محاسبه عرض مؤثر بال استفاده نموده است [۱۶].

از سوی دیگر آیین‌نامه<sup>2</sup> CEN برای دیوارهای غیرمستطیلی که از به هم پیوستن چند دیوار مستطیلی به‌وجود آمده‌اند، کمترین مقدار از بین (الف) طول بال مقطع، (ب) نصف فاصله میان دو جان مجاور، و (ج) یک‌چهارم ارتفاع دیوار را به‌عنوان عرض مؤثر در نظر می‌گیرد [۱۷]. این در حالی است که در آیین‌نامه<sup>3</sup> UBC، عرض مؤثر تا حداکثر یک دهم ارتفاع دیوار لحاظ شده است [۱۸]. همچنین، از عرض مؤثر پیشنهاد شده برای تیرها در آیین‌نامه<sup>4</sup> BS، جهت محاسبه عرض مؤثر در دیوارها استفاده می‌شود. در این ضابطه، نخست ضریب بی‌بعدی به نام  $\psi$  بر مبنای مقدار  $b/H$  تعریف شده و سپس از حاصل ضرب مقدار  $\psi$  در طول بال (البته با در نظر گرفتن ملاحظات) عرض مؤثر برآورد می‌شود [۱۹،۲۰].

ملاحظه می‌شود که اکثر روابط پیشنهاد شده، ارتفاع دیوار را به‌عنوان پارامتر تعیین‌کننده مدنظر قرار می‌دهند. این در حالی است که مطابق جدول ۳، مرتبه اثرگذاری بار محوری و طول بال به مراتب بیشتر از ارتفاع دیوار است. در نظر نگرفتن پارامترهای تأثیرگذار و کافی در این روابط سبب بروز ابهاماتی می‌شود. به‌عنوان مثال، نتایج تحقیقات مختلف نشان می‌دهد که رابطه پیشنهادی در آیین‌نامه<sup>3</sup> UBC مقادیر بسیار اندکی را برای عرض مؤثر مقطع در نظر گرفته و طراحی بر مبنای آن غیراقتصادی است. در مقابل، ضوابط آیین‌نامه‌های ACI-318 و CEN نیز در مواردی عرض مؤثر مقطع را بیشتر از آنچه هست ارائه می‌دهد، و از این رو، استفاده از این روابط در طراحی غیرمحافظة کارانه خواهد بود. با توجه به مطالب عنوان شده می‌توان نتیجه گرفت که کارایی رابطه ارائه شده برای عرض مؤثر بر مبنای آیین‌نامه<sup>4</sup> BS، با توجه به لحاظ کردن دو پارامتر اساسی طول بال و ارتفاع دیوار، در قیاس با روابط دیگر عملکرد بهتری دارد. همچنین گفتنی است که روابطی که در سال‌های اخیر به‌عنوان جایگزین برای تعیین عرض مؤثر ارائه شده‌اند، بعضاً فرم کلی این ضابطه را الگو قرار داده و روابطی را مشابه آن پیشنهاد کرده‌اند [۱].

<sup>1</sup> American Concrete Institute (ACI)

<sup>2</sup> European Seismic design code

<sup>3</sup> Uniform Building Code

<sup>4</sup> British Standard

## ۶- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

هدف این پژوهش انجام مطالعه پارامتری بر روی عرض مؤثر بال مقطع در دیوارهای برشی بتن آرمه بالدار به کمک روابط تحلیلی است. اولین گام در جهت ایجاد روابطی به منظور برآورد یک متغیر، تشخیص پارامترهای مؤثر و تخمین میزان اثرگذاری آن‌ها است. تاکنون مطالعات بسیاری پیرامون ارائه روابطی جهت تعیین عرض مؤثر بال مقطع در دیوارهای برشی انجام گرفته است که عمدتاً مبنای آزمایشگاهی یا عددی دارند. لازم به ذکر است که استفاده از این دو رویکرد دشواری‌های متعددی در پی دارد که در نتیجه آن تعداد نمونه‌های بررسی شده و داده‌های به دست آمده بسیار محدود شده و این امر سبب کاهش قابل توجه کارایی روابط پیشنهاد شده می‌گردد.

در این مطالعه به کمک روابط تحلیلی، توزیع تنش محوری با در نظر گرفتن اثر تأخیر برشی حاصل شده و سپس بر مبنای آن رابطه‌ای تحلیلی به منظور تخمین عرض مؤثر بال مقطع در ناحیه الاستیک به دست می‌آید. در گام بعد، جهت بررسی میزان تأثیر متغیرهای رابطه پیشنهادی بر عرض مؤثر مقطع، مطالعه‌ای پارامتری انجام گرفت که نتایج آن به شرح زیر است:

- پارامترهای مدول الاستیسیته معادل مقطع، ضریب پواسون، ضخامت بال و نیز ارتفاع مقطع اثر قابل‌توجهی بر عرض مؤثر ندارند.

- متغیرهای اساسی در تعیین عرض مؤثر بال مقطع به ترتیب عبارتند از طول بال مقطع، بار محوری و بار جانبی وارده و ارتفاع دیوار که با در دست داشتن آن‌ها می‌توان عرض مؤثر را با دقت بالایی تعیین نمود.

- در ناحیه خطی و پیش از ترک‌خوردگی اثر آرماتورها در رفتار دیوارهای برشی غیرمستطیلی ناچیز ارزیابی شد. در مطالعات مختلف آزمایشگاهی و عددی که پیرامون تعیین عرض مؤثر انجام شده، از ورود متغیرهای مرتبط با میلگردهای طولی و عرضی و روابط پیشنهادی، اجتناب شده که مؤید این موضوع است.

پس از تعیین پارامترهای مؤثر، به کمک آنالیز ابعادی، پارامترهای بی بعدی از متغیرهای مسئله تعریف و عرض مؤثر مقطع به صورت تابعی از این پارامترها ارائه و سپس نتایج حاصل با ضوابط آیین‌نامه‌های معتبر مقایسه شد. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که رابطه اصلاح شده بر مبنای ضوابط تدوین‌شده برای عرض مؤثر تیرها در آیین‌نامه BS، عملکرد و دقت بهتری نسبت به سایر ضوابط در تخمین مقدار عرض مؤثر در دیوارهای برشی بتن آرمه غیرمستطیلی داشته و مبنای بسیاری از روابطی است که امروزه برای محاسبه عرض مؤثر توصیه می‌گردد.

## مراجع

[1] R.D. Hoult, *Shear lag effects in reinforced concrete C-shaped walls*, *Journal of Structural Engineering*. 145 (2019) 4018270.

[2] A.K.H. Kwan, *Shear lag in shear/core walls*, *Journal of Structural Engineering*. 122 (1996) 1097–1104.

[3] Khaloo, A. R., Tabiee, M, Abdoos, H. *Shear lag effect on non-rectangular RC shear walls: a review of the literature*, 7th international congress on civil engineering, architecture and urban development, Tehran, Iran, 2021: p. 11 [In Persian].

[4] E. Reissner, *Analysis of shear lag in box beams by the principle of minimum potential energy*, *Quarterly of Applied Mathematics*. 4 (1946) 268–278.

[5] Q. Song, A.C. Scordelis, *Shear-lag analysis of T-, I-, and box beams*, *Journal of Structural Engineering*. 116 (1990) 1290–1305.

- [6] H. Haji-Kazemi, M. Company, *Exact method of analysis of shear lag in framed tube structures*, *The Structural Design of Tall Buildings*. 11 (2002) 375–388.
- [7] Q. Shi, B. Wang, *Simplified calculation of effective flange width for shear walls with flange*, *The Structural Design of Tall and Special Buildings*. 25 (2016) 558–577.
- [8] C. Liu, X. Wei, H. Wu, Q. Li, X. Ni, *Research on shear lag effect of t-shaped short-leg shear wall*, *Periodica Polytechnica Civil Engineering*. 61 (2017) 602–610.
- [9] X. Ni, S. Cao, *Shear lag analysis of I-shaped structural members*, *The Structural Design of Tall and Special Buildings*. 27 (2018) e1471.
- [10] N. Lu, W. Li, *Analytical Study on the Effective Flange Width for T-shaped Shear Walls*, *Periodica Polytechnica Civil Engineering*. 64 (2020) 253–264.
- [11] Khaloo, A. R., Tabiee, M, Abdoos, H. *Analytical study of distribution of shear lag-induced stress in non-rectangular reinforced concrete shear walls*, 12th international congress on civil engineering, Mashhad, Iran. 2021: p. 8 [In Persian].
- [12] R. Constantin, K. Beyer, *Behaviour of U-shaped RC walls under quasi-static cyclic diagonal loading*, *Engineering Structures*. 106 (2016) 36–52.
- [13] R. Constantin, K. Beyer, *Non-rectangular RC walls: A review of experimental investigations*, in: *2nd European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, 2014.
- [14] P.M. Gerhart, A.L. Gerhart, J.I. Hochstein, Munson, Young and Okiishi's *Fundamentals of Fluid Mechanics*, John Wiley & Sons, 2020.
- [15] A.C.I. Code, *Building code requirements for structural concrete and commentary*, ACI318M–2011, American Concrete Institute, Detroit, Michigan. (2011).
- [16] *Iranian Concrete Code of Practice (ABA)*, Planning and Management Organization, PN, 120, 2001.
- [17] E. CEN, 8—*Design of structures for earthquake resistance—Part 1: General rules, seismic actions and rules for building*, Br. Stand. Institute, London, UK. (2004).
- [18] I. Staff, *Uniform Building Code*, 1994, International Code Council, 1994.
- [19] B.S. BS5400, *Steel, concrete and composite bridges, Part 5, Code of practice for design of composite bridges*, British Standards Institution, London. (1979).
- [20] S.S. Ray, *Reinforced Concrete: analysis and design*, Cambridge University Press, 1995.

## پیوست

در ادامه ضرایب و ثابت‌های لازم جهت محاسبات مربوط به تعیین اثر تأخیر برشی در دیوارهای برشی غیرمستطیلی در قالب جدول زیر ارائه شده است.

جدول پ-۱: ضرایب و ثابت‌های محاسباتی مربوط به اثر تأخیر برشی در دیوارهای غیرمستطیلی

$$\bar{I}_x = \int_A (x - x_G)^2 dA \quad (پ-۱)$$

$$\bar{I}_y = \int_A (y - y_G)^2 dA \quad (پ-۲)$$

$$I_{ex} = \int_A \left( \frac{\partial u_{wx}(x, y)}{\partial y} \right)^2 dA \quad (پ-۳)$$

$$I_{ey} = \int_A \left( \frac{\partial u_{wy}(x, y)}{\partial x} \right)^2 dA \quad (پ-۴)$$

$$I_{wx} = \int_A (u_{wx}(x, y) - x + x_G)^2 dA \quad (پ-۵)$$

$$I_{wy} = \int_A (u_{wy}(x, y) - y + y_G)^2 dA \quad (پ-۶)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (پ-۷)$$

$$\lambda_x = \sqrt{\frac{GI_{ex}}{EI_{wx}}} \quad (پ-۸)$$

$$\lambda_y = \sqrt{\frac{GI_{ey}}{EI_{wy}}} \quad (پ-۹)$$