

بررسی تحلیلی عملکرد دینامیکی دال‌های بتن آرمه تقویت شده با ورقه‌های FRP تحت بارگذاری ضربه

دریافت مقاله: ۱۴۰۱-۰۱-۱۷

پذیرش مقاله: ۱۴۰۱-۰۳-۱۶

حسام سلطانی

دانشجوی دکتری مهندسی سازه، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

هاتف عبدوس

دانشجوی دکتری مهندسی سازه، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

علیرضا خالو

استاد ممتاز دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

khaloo@sharif.edu

(نویسنده مسئول)

چکیده

در این مطالعه به بررسی تحلیلی رفتار دال‌های بتنی مسلح به آرماتورهای فولادی و مقاوم‌سازی شده با ورقه‌های FRP تحت بارگذاری ضربه ناشی از سقوط وزنه پرداخته شده است. با استفاده از تئوری صفحات ارتوتروپیک، رابطه حاکم بر مقادیر جابه‌جایی هر نقطه دلخواه از یک دال بتنی با شرایط تکیه‌گاهی ساده تعیین و سپس مقادیر حاصل از مطالعات تحلیلی با نتایج مطالعات آزمایشگاهی مقایسه شده که با خطای حداکثر ۷ درصدی در تخمین مقادیر جابه‌جایی، مؤید دقت بالای رابطه تحلیلی پیشنهادی است. همچنین، تأثیر استفاده از لایه‌های FRP و نیز درصد آرماتورهای فشاری بر بهبود عملکرد دینامیکی دال‌ها تحت بارگذاری ضربه بررسی شده است. نتایج مطالعات پارامتریک نشان می‌دهد که افزایش تعداد لایه‌های GFRP تا ۷ لایه در سطح تحتانی دال‌های بررسی شده می‌تواند منجر به کاهش ۳۳ درصدی مقادیر جابه‌جایی شود. همچنین، با افزایش درصد آرماتورهای فشاری به میزان آرماتورهای کششی موجود در مقطع، برای دال‌های تک آرمه و نیز دال تقویت شده با لایه سراسری از ورقه GFRP به ترتیب کاهش ۳۰ و ۲۳ درصدی مقادیر جابه‌جایی را به همراه داشته است. واژه‌های کلیدی: دال بتن آرمه، مطالعه تحلیلی، صفحات ارتوتروپیک، بارگذاری ضربه، مقاوم‌سازی، ورقه‌های FRP.

بررسی عملکرد اجزای سازه‌ای تحت بارگذاری ناشی از ضربه و انفجار به دلیل ماهیت پیچیده این نوع بارگذاری‌ها و نیز پاسخ متقابل سازه از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در سازه‌های بتن آرمه، پانل‌ها و دال‌های بتنی با توجه به سطح تماس قابل توجه نسبت به سایر اجزای سازه‌ای، آسیب‌پذیری بیشتری در برابر ضربه و انفجار دارند و وقوع خرابی در آنها می‌تواند یکپارچگی و ایمنی سازه‌ها را به خطر بیندازد. استفاده از ورقه‌های FRP به عنوان یکی از راهکارهای تقویت اجزای سازه‌های بتنی در معرض بارهای دینامیکی مطرح بوده که با توجه به ملاحظات معماری، عدم افزایش قابل ملاحظه در وزن سازه و نیز سهولت اجرا از مطلوبیت بالایی برخوردار است.

نخستین مطالعات پدیده ضربه، با هدف بررسی مقاومت اجزای سازه‌ای و تخمین عمق نفوذ و نیز سرعت خروج گلوله صورت گرفت. روبین اویلر، پونکلت و رسل به عنوان پیشگامان مطالعه اثر ضربه بر روی سازه‌ها شناخته می‌شوند [۱]. در سال ۱۹۷۶، کندی [۲] یک مرور اجمالی بر اثرات برخورد گلوله به سازه‌های بتنی انجام داد. لی و همکاران [۳] مطالعات نسبتاً جامعی پیرامون اعمال ضربه به سازه‌های بتنی ارائه دادند که در آن اثرات موضعی اعمال ضربه ناشی از برخورد گلوله بر روی اهداف بتنی بررسی شد. همچنین، روابط تجربی متعددی برای تخمین عمق نفوذ وزنه و نیز ضخامت لازم برای مقاومت در برابر سوراخ‌شدگی موضعی بتن در هنگام اعمال ضربه ارائه شد که بر مبنای مطالعات آزمایشگاهی بودند [۴].

لی و تانگ [۵] با ادغام دو مدل برش دوشاخه‌ای و مدل نفوذ، مدل تحلیلی یانکلوسکی را برای فرمول‌بندی سوراخ‌شدگی مقاطع بتنی توسعه دادند. مدل‌های تحلیلی برای نفوذ و سوراخ‌شدگی بتن علی‌رغم تخمین منطقی نتایج، از منظر نقض فرض پرتابه تغییرشکل‌ناپذیر و نیز محدودیت کاربرد آن در ضربه‌های معمولی دارای ضعف می‌باشند. در سال ۱۹۸۶، ساوان و عبدالرحمان [۶] ضربه‌پذیری دال‌های بتن آرمه مربعی را بر اساس اثر درصد آرماتورهای دال بتنی و سرعت وزنه ضربه‌زننده بر پاسخ دینامیکی و تغییرشکل دال‌ها بررسی نمودند. کیشی و همکاران [۷] رفتار دینامیکی دال‌های بتن آرمه تحت بارگذاری ناشی از ضربه را با تغییر ضخامت دال بتنی، درصد آرماتورهای مقطع، تعداد شبکه میلگردها و نیز جنس آرماتورهای استفاده شده، ارزیابی نمودند.

در سال ۲۰۰۷، زین‌الدین و کرات‌هامر [۸] دال‌های بتن آرمه به ابعاد $۹۰ \times ۱۵۲۴ \times ۳۳۵۳$ میلی‌متر را آزمایش نمودند. در این مطالعه، آرایش میلگردگذاری دال و نیروی ضربه وارده بر اساس رهاسازی وزنه ۲۶۰۸ کیلوگرمی از سه ارتفاع مختلف ۱۵۲، ۳۰۵ و ۶۱۰ میلی‌متری به عنوان متغیرهای اصلی مطرح بودند. چن و می [۹] مجموعه‌ای از آزمایش‌های ضربه بر روی اعضای مختلف بتنی از جمله دال‌های آرمه با استفاده از سقوط وزنه با جرم زیاد و سرعت کم انجام دادند. نیروی ناشی از ضربه، شتاب دال و کرنش آرماتورهای فولادی اندازه‌گیری شدند. انرژی وارد شده به دال‌ها با کمینه انرژی لازم برای پوسته شدن سطح دال و شروع خرابی که از روابط تحلیلی تعیین شده بود، مقایسه شد. همچنین، نتایج حاصل از این آزمایش مطابقت خوبی با روابط تجربی موجود در ادبیات فنی دارد.

در سال ۲۰۱۰، بهاتی و همکاران [۱۰]، ۱۲ دال بتن آرمه به ابعاد $۱۵۰ \times ۱۶۵۰ \times ۱۶۵۰$ میلی‌متر را با ورقه‌های CFRP و AFRP تقویت کردند و سپس تحت آزمایش ضربه ناشی از سقوط وزنه ۳۰۰ کیلوگرمی قرار دادند. در این مطالعه، چیدمان ورقه‌های FRP، خصوصیات مصالح و نیز تعداد لایه‌های ورق FRP به عنوان متغیرهای اصلی مطرح بودند. بر اساس این مطالعه، مقاومت ضربه‌پذیری دال‌ها با چسباندن ورق FRP به سطح تحتانی دال افزایش می‌یابد و نیز سازوکار خرابی دال‌ها به نوع بارگذاری و حجم و آرایش ورق‌های FRP استفاده شده بستگی دارد. کیشی و همکاران [۱۱] اثرگذاری شرایط مختلف تکیه‌گاهی را بر پاسخ دینامیکی دال‌های مربعی شکل به ابعاد ۲۰۰۰ میلی‌متر و ضخامت ۱۸۰ میلی‌متر تحت بار دینامیکی ناشی از سقوط وزنه ۳۰۰ کیلوگرمی و با سرعت برخورد ۴ متر بر ثانیه به صورت آزمایشگاهی و عددی بررسی نمودند. همچنین نتایج این مطالعه نشان داد که شرایط تکیه‌گاهی مختلف اثرات اندکی بر پاسخ نیروی دینامیکی ناشی از ضربه دارد، اما در عکس‌العمل تکیه‌گاهی در برابر

زمان و نیز الگوهای ترک خوردگی بر روی سطح پایینی دال‌ها تأثیر محسوس‌تری دارد. همچنین، تأثیر نوع بتن در عملکرد دال‌های بتن آرمه تحت بارگذاری ضربه ناشی از سقوط وزنه توسط هیوملتنبرگ و همکاران [۱۲] ارزیابی گردید. آزرول مطلب [۱۳] ضربه‌پذیری دال‌های بتن آرمه و تقویت شده با ورقه‌های FRP را بر مبنای آزمون‌های آزمایشگاهی و نیز مطالعات عددی با استفاده از نرم‌افزار LS-DYNA بررسی نموده است.

رادنیک و همکاران [۱۴] عملکرد دال‌های دوطرفه بتن آرمه را در دو حالت تقویت نشده و تقویت شده توسط پلیمر الیاف کربن (CFRP) تحت بارگذاری ضربه و به صورت آزمایشگاهی بررسی نمودند. وزن ضربه‌زننده و نیز ارتفاع سقوط آن در آزمایش‌ها متنوع بود. تعدادی از نمونه‌ها تا زمان خرابی به طور پی در پی تحت ضربه قرار می‌گرفتند، در حالی که سایر نمونه‌ها فقط یک ضربه را تجربه می‌کردند. تقویت دال‌های بتن آرمه با استفاده از نوارهای CFRP در طی بارگذاری استاتیکی و ضربه، در موقعیتی که شکست برشی رخ داده، اثربخشی چندانی نداشته است. در سال ۲۰۱۸، ونگ و همکاران [۱۵] رفتار ضربه‌ای دال‌های بتنی مسلح به الیاف نارگیل CFRC را، که توسط ورقه‌های FFRP (از جنس کتان) تقویت شده بودند، به صورت آزمایشگاهی و تحلیلی بررسی نمودند. نتایج این آزمایش نشان داد که نمونه‌های الیافی تقویت شده با FFRP عملکرد بهتری در مقایسه با نمونه‌های ساده و الیافی، از نظر جذب انرژی و حفظ یکپارچگی بتن دارند.

در مطالعات آزمایشگاهی صدرایی و همکاران [۱۶]، نتایج آزمایش ۲۰ نمونه دال بتنی با جزئیات و مشخصات مختلف شامل درصد آرماتورهای مسلح‌کننده، آرایش و چیدمان آن‌ها، مقاومت فشاری بتن، ضخامت دال‌ها، نوع آرماتور مسلح‌کننده، درصد پیش‌تنیدگی دال‌ها و ارتفاع سقوط وزنه ارائه شده است. دال‌ها به شکل مربعی با ابعاد ۱۰۰ سانتی‌متر و ضخامت‌های ۷/۵ و ۱۰ سانتی‌متر تحت بارگذاری ضربه‌ای ناشی از سقوط وزنه ۱۰۵ کیلوگرمی قرار گرفتند. جابجایی دال‌ها، کرنش آرماتورهای طولی، شتاب ارتعاش قائم دال‌ها، گسترش ترک و عرض ترک و نحوه شکست نمونه‌ها مورد ارزیابی گردید و به تأثیر افزایش میزان آرماتورهای طولی و نیز افزایش ضخامت دال بر بهبود عملکرد دینامیکی دال‌ها تحت بار ضربه اشاره شد. همچنین، نتایج حاصل از مطالعات تحلیلی و عددی این پژوهش همخوانی مطلوبی با مطالعات آزمایشگاهی آن داشت.

در سال ۲۰۲۰، سلطانی و همکاران عملکرد ۱۴ دال بتنی به ابعاد $1000 \times 1000 \times 75$ میلی‌متر، مشتمل بر یک دال ساده (بدون میلگرد)، یک دال RC فولادی، سه دال RC فولادی حاوی الیاف فولادی با درصدهای حجمی مختلف و نه دال RC فولادی تقویت شده با ورقه‌های GFRP (تعداد لایه‌های یک یا دو و نیز آرایش ورق‌ها (پوشش کل یا قسمتهایی از سطح دال)) در اثر ضربه ناشی از افتادن وزنه به صورت آزمایشگاهی و عددی بررسی نمودند. دانشور و همکاران [17]، ۲ دال بتنی به $1100 \times 450 \times 60$ میلی‌متر را در معرض خوردگی تسریع یافته قرار دادند و سپس عملکرد دینامیکی دال‌های مقاوم‌سازی شده با ورقه‌های FRP را تحت بارگذاری ضربه با سرعت کم و به صورت آزمایشگاهی و عددی بررسی نمودند. مطابق نتایج این آزمایش، استفاده از ورقه‌های FRP ارتقای ضربه‌پذیری دال‌ها را به همراه داشته است. همچنین در سال ۲۰۲۲، ایلماز و همکاران [18] تأثیر موقعیت و ابعاد بازشوها را در رفتار دینامیکی دال‌های بتنی دوطرفه تحت بارگذاری ضربه به صورت آزمایشگاهی ارزیابی نمودند و نتایج مدل‌سازی عددی آنها، نشانگر مطابقت قابل قبول مکانیزم خرابی حاکم و نیز پارمترهای پاسخ شتاب و جابه‌جایی دال‌ها تحت بارگذاری وارده بود.

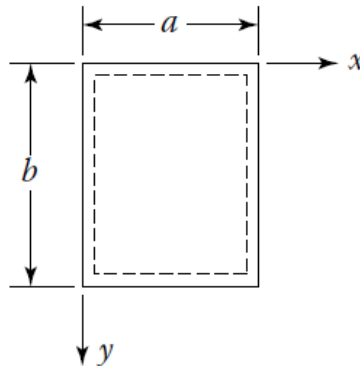
همان‌طور که مشاهده می‌شود، مطالعات تحلیلی اندکی در ادبیات فنی وجود دارد که در آن، تأثیر همزمان آرماتورهای کششی و فشاری، ابعاد دال و نیز آرایش‌های مختلف لایه‌های FRP جهت تقویت مقطع لحاظ شده باشد. لذا، اهداف اصلی این مطالعه را می‌توان در قالب موارد زیر خلاصه نمود:

- ارائه یک مدل تحلیلی جهت تخمین عملکرد دینامیکی دال‌های بتن آرمه و تقویت‌شده با ورقه‌های FRP تحت بارگذاری ضربه ناشی از سقوط وزنه؛

- مقایسه مقادیر حاصل از روابط تحلیلی پیشنهادی با نتایج مطالعات آزمایشگاهی؛
- بررسی تأثیر تعداد لایه‌های FRP و درصد آرماتورهای فشاری در بهبود عملکرد ضربه‌پذیری دال‌های تقویت‌شده.

۲- روابط تحلیلی دال‌های مقاوم‌سازی شده با ورقه‌های FRP تحت بارگذاری ضربه

در این بخش، حل تحلیلی مربوط به جابه‌جایی دال‌های بتن آرمه و مقاوم‌سازی شده با ورقه‌های FRP تحت بارگذاری ضربه ناشی از سقوط وزنه ارائه می‌شود. در این راستا، از روابط مربوط به صفحات مستطیلی، به طول (a) و عرض (b) ، با شرایط تکیه‌گاهی ساده (مفصلی) در هر چهار وجه به عنوان نشیمن دال و از روش ناویر استفاده می‌شود که در معرض بارگذاری ضربه قرار دارد.



شکل (۱) تعریف سیستم مختصاتی در روش ناویر

با توجه به وجود میلگردهای مسلح‌کننده و نیز در حالت تقویت‌شده، با استفاده از ورقه‌های FRP، روابط مربوط به صفحات ارتوتروپیک موضوعیت دارد. لذا به مهم‌ترین فرضیاتی که در روند حل تحلیلی از آنها استفاده شده، اشاره می‌شود [19-23]:

- مصالح تشکیل‌دهنده صفحه پس از تبدیل میلگردهای مسلح‌کننده و ورقه‌های FRP به مقطع بتنی معادل آنها، پیوسته و همگن خواهند بود.
- ضخامت صفحه یکنواخت و در مقایسه با سایر ابعاد دال ناچیز می‌باشد. در نتیجه، از اثرات تنش برشی صرف-نظر شده است.
- تغییر شکل صفحه بارگذاری شده در مقایسه با ضخامت دال ناچیز بوده و از اثرات غشائی صفحه صرف‌نظر می‌شود.
- مصالح تشکیل‌دهنده صفحه در حالت کشسان بوده و روابط تنش-کرنش بر مبنای قانون هوک می‌باشد.
- صفحه میانی دال پس از بارگذاری وارده بدون کرنش می‌ماند.
- صفحات مستوی قبل و بعد بارگذاری وارده به‌طور مستوی باقی می‌مانند.
- صلبیت خمشی و پیچشی وابسته به شرایط مرزی صفحه و توزیع بارگذاری وارده به آن نمی‌باشد.
- صفحه مربوط به تارخشی در هر دو جهت مقارن با مرکز ثقل کل مقطع است.
- اثرات ناشی از ضریب پواسون با اعمال ضریب $\frac{1}{1-\nu^2}$ در صلبیت صفحه لحاظ می‌شود.

۲-۱- معادلات تعادل حاکم بر صفحات ارتوتروپیک

بر اساس فرضیات مطرح‌شده و با استفاده از روابط کرنش-انحنای برای یک صفحه با ضخامت ثابت و نیز قانون هوک، معادلات تعادل حاکم بر لنگرهای خمشی و پیچشی از روابط زیر تعیین می‌شوند [۱۹،۲۳]:

$$\begin{aligned}
 M_x &= -(D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}) \\
 M_y &= -(D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) \\
 M_{xy} &= D_{T_1} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\
 M_{yx} &= D_{T_2} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

که در آن، $w = w(x, y)$ مؤلفه جابه‌جایی در راستای ضخامت صفحه، z ، می‌باشند. همچنین D_x و D_y بیانگر صلبیت‌های خمشی صفحه در واحد طول در راستاهای x و y ، و D_{xy} و D_{yx} به ترتیب صلبیت‌های همبسته صفحه در واحد طول ناشی از ضریب پواسون، و نیز D_{T_1} و D_{T_2} صلبیت‌های پیچشی صفحه ارتوتروپیک در راستاهای x و y می‌باشند. پس از حذف مؤلفه‌های برشی، معادلات تعادل لنگرهای خمشی و پیچشی صفحات ارتوتروپیک که تحت بارگذاری خارجی $p(x, y)$ قرار دارد، بر اساس معادله (۲) تعیین می‌شود [۱۹، ۲۰]:

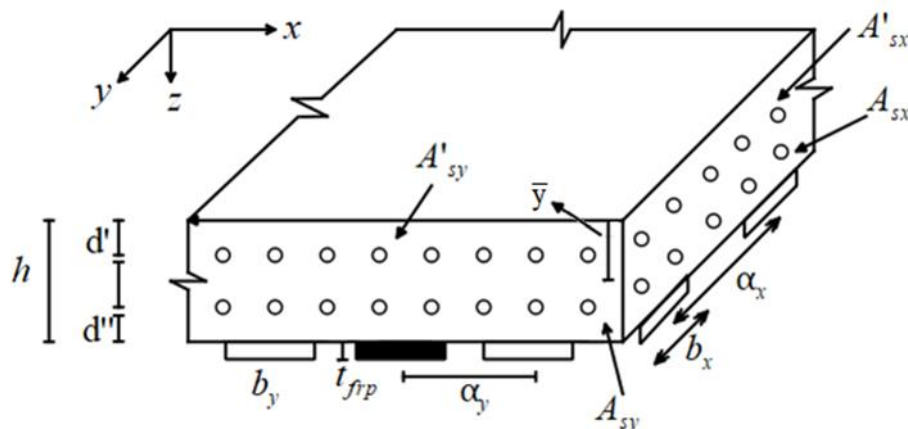
$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{yx}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -p(x, y)
 \tag{2}$$

با جایگذاری روابط معادلات (۱) در معادله (۲)، یک معادله دیفرانسیل مرتبه چهارم حاصل می‌شود که بر حسب آن می‌توان جابه‌جایی هر نقطه دلخواه از صفحات ارتوتروپیک را تحت بارگذاری خارجی $p(x, y)$ بدست آورد:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (D_{xy} + D_{yx} + D_{T_1} + D_{T_2}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y)
 \tag{3}$$

۲-۲- محاسبه صلبیت‌های خمشی و پیچشی در صفحات ارتوتروپیک

حال باید ضرایب مربوط به صلبیت‌های خمشی و پیچشی معادله (۳) را با در نظر گرفتن اثرات ناشی از آرماتورهای کششی و فشاری و نیز ورقه‌های FRP تعیین نمود. به منظور تعیین پارامترهای صلبیت خمشی و پیچشی مقطع، ابتدا لازم است تا طرح شماتیک چگونگی چینش آرماتورهای مسلح‌کننده مقطع و ورقه‌های تقویت‌کننده FRP ترسیم شود که جزئیات آن در شکل (۲) آورده شده است.



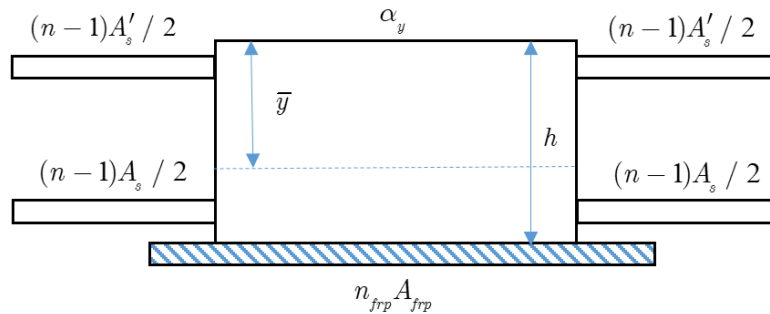
شکل (۲) طرح شماتیک هندسه صفحه ارتوتروپیک، مسلح به آرماتورهای کششی و فشاری و ورقه‌های تقویت‌کننده FRP

مطابق شکل فوق، دال بتنی در حالت کلی و به ابعاد a و b در نظر گرفته شده که شبکه‌های فولادی کششی (A_{sx}) و فشاری (A'_{sx}) در آن تعبیه شده و ورقه‌های تقویت‌کننده FRP به عرض b_x (b_y) و فاصله

مرکز به مرکز α_x (α_y) تدارک دیده شده است. لازم به ذکر است که مقادیر داخل پرانتز مربوط به جهت دیگر صفحه می‌باشد و در حالت خاص و برای دال‌های مربعی، تقارن در هندسه دال، درصد آرماتورهای کششی و فشاری و نیز در آرایش ورقه‌های FRP به عنوان تقویت‌کننده مشاهده می‌شود.

۲-۲-۱- محاسبه صلبیت‌های مقطع ترک‌نخورده

شکل (۳) طرح شماتیک مقطع ترک‌نخورده به عرض α_y را نشان می‌دهد که بر اساس آن، صلبیت‌های خمشی مقطع ترک‌نخورده محاسبه می‌شوند:



شکل (۳) طرح شماتیک مقطع ترک‌نخورده معادل

$$D_x^u = \frac{E_c h^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{E_c h (e_x - \frac{h}{2})^2}{1-\nu^2} + \frac{E_c I'_x}{\alpha_x} \quad (4)$$

$$D_y^u = \frac{E_c h^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{E_c h (e_y - \frac{h}{2})^2}{1-\nu^2} + \frac{E_c I'_y}{\alpha_y}$$

که در آن، D_x^u و D_y^u صلبیت‌های خمشی مقطع ترک‌نخورده، e_x و e_y فواصل تار خنثی مقطع ترک‌نخورده معادل از وجه فوقانی

دال و نیز I'_x و I'_y ممان اینرسی تبدیل‌یافته آرماتورهای مسلح‌کننده و ورقه‌های FRP به ترتیب در راستای x و y می‌باشد که از روابط معادله (۵) تعیین می‌شوند:

$$I'_x = (n-1)A'_{sx} (e_x - d')^2 + (n-1)A_{sx} (h - d'' - e_x)^2 + (n_{frp} - 1)A_{frp} (h - e_x)^2$$

$$I'_y = (n-1)A'_{sy} (e_y - d')^2 + (n-1)A_{sy} (h - d'' - e_y)^2 + (n_{frp} - 1)A_{frp} (h - e_y)^2 \quad (5)$$

که در آن، e_x و e_y فواصل تار خنثی مقطع ترک‌نخورده معادل، از روابط معادله (۶) بدست می‌آید:

$$e_x = \frac{h}{2} \left[1 + \frac{n_{frp} A_{frp}}{h \alpha_x + (n-1)A_{sx} + (n-1)A'_{sx} + n_{frp} A_{frp}} \right]$$

$$e_y = \frac{h}{2} \left[1 + \frac{n_{frp} A_{frp}}{h \alpha_y + (n-1)A_{sy} + (n-1)A'_{sy} + n_{frp} A_{frp}} \right] \quad (6)$$

توجه شود در صورتی که تقارن بر مسئله حاکم باشد، صلبیت خمشی، فاصله تار خنثی مقطع معادل از وجه فوقانی و نیز ممان اینرسی واحد طول هر دو راستای x و y برابر هستند، یعنی $D_x^u = D_y^u$ و $e_x = e_y$ ، $I'_x = I'_y$ در ادامه و بر اساس روابط معادله (۷)، مؤلفه‌های مربوط به صلبیت خمشی همبسته ناشی از اثر پواسون را در دال مسلح شده به آرماتورهای کششی و فشاری تعیین می‌شوند:

$$D_{xy}^u = v \left[\frac{E_c h^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{E_c h (e_x - \frac{h}{2})^2}{1-\nu^2} + \frac{E_c}{\alpha_x} [(n-1)A'_{sx}(e_x - d')^2 + (n-1)A_{sx}(h - d'' - e_x)^2] \right]$$

$$D_{yx}^u = v \left[\frac{E_c h^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{E_c h (e_y - \frac{h}{2})^2}{1-\nu^2} + \frac{E_c}{\alpha_y} [(n-1)A'_{sy}(e_y - d')^2 + (n-1)A_{sy}(h - d'' - e_y)^2] \right] \quad (7)$$

لازم به ذکر است که مؤلفه‌های صلبیت خمشی همبسته بر اساس صفحه دال مسلح بدون حضور صلبیت خمشی ورقه‌های FRP نسبت به تار خنثی مقطع ترک‌خورده معادل محاسبه شده است. جهت محاسبه صلبیت پیچشی مقطع ترک‌خورده از روش تشابه‌گشائی [۲۴] استفاده می‌شود که در آن تغییرات ناشی از حضور ورقه‌های FRP اعمال شده است. ثوابت پیچشی بر اساس روابط معادله (۸) محاسبه می‌شوند:

$$J_x = J_{x1} + J_{x2}$$

$$J_y = J_{y1} + J_{y2} \quad (8)$$

که در آن، J_{x1} و J_{y1} ثوابت پیچشی ناشی از دال بتنی و نیز J_{x2} و J_{y2} ناشی از آرماتورهای مسلح‌کننده مقطع به ترتیب در راستاهای x و y می‌باشند و از روابط زیر تعیین می‌شوند:

$$J_{x1} = \frac{1}{2} K_{1x} \alpha_x h^3$$

$$J_{y1} = \frac{1}{2} K_{1y} \alpha_y h^3$$

$$J_{x2} = \frac{4}{\pi} K_{1b} \left(\frac{G_s}{G_c} - 1 \right) A_{sx}^2 + \frac{4}{\pi} K_{1b} \left(\frac{G_s}{G_c} - 1 \right) A_{sx}^{\prime 2}$$

$$J_{y2} = \frac{4}{\pi} K_{1b} \left(\frac{G_s}{G_c} - 1 \right) A_{sy}^2 + \frac{4}{\pi} K_{1b} \left(\frac{G_s}{G_c} - 1 \right) A_{sy}^{\prime 2} \quad (9)$$

که در آن، K_{1x} و K_{1y} به ترتیب ثابت‌های پیچشی مقطع مستطیلی دال و نیز K_{1b} ضریب ثابت پیچش در مقاطع مستطیلی هم مساحت آرماتورهای مسلح‌کننده با عرض برابر قطر آرماتورها می‌باشد. وجود ضریب $\frac{1}{2}$ در رابطه محاسباتی J_{x1} و J_{y1} ناشی از پیوستگی بتن دال می‌باشد [۱۹]. همچنین، مدول برشی G برای مصالح ایزوتروپیک و ارتوتروپیک یکسان در نظر گرفته می‌شود [۲۳] و برای بتن و فولاد به ترتیب از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$G_c = \frac{E_c}{2(1+\nu_c)}$$

$$G_s = \frac{E_s}{2(1+\nu_s)} \quad (10)$$

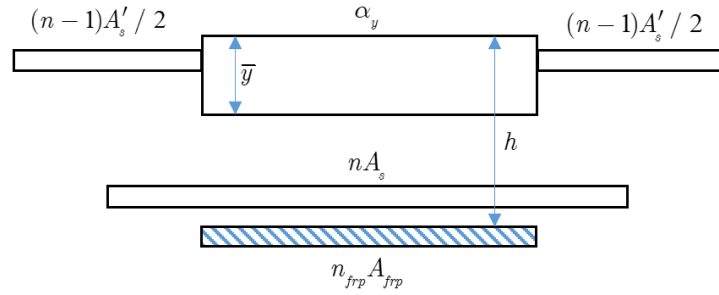
بنابراین، جهت تعیین صلبیت‌های پیچشی $D_{T_1}^u$ و $D_{T_2}^u$ روابط معادله (۱۱) قابل استفاده است:

$$D_{T_1}^u = \frac{G_c J_x}{\alpha_x}$$

$$D_{T_2}^u = \frac{G_c J_y}{\alpha_y} \quad (11)$$

۲-۲-۲- محاسبه صلبیت‌های مقطع ترک‌خورده

در مقاطع بتنی، مشروط بر آنکه تنش فولاد کمتر از تنش تسلیم باشد و تنش فشاری بتن بیشتر از $0.5f'_c$ نباشد، پس از وقوع ترک خوردگی سازه همچنان رفتار کشسان خواهد داشت [۱۹] و نیز نتایج مشاهدات آزمایشگاهی مؤید این موضوع می‌باشد [۱۶، ۲۰، ۲۵]. طرح شماتیک مقطع ترک‌خورده معادل در شکل (۴) نشان داده شده است.



شکل (۴) طرح شماتیک مقطع ترک خورده معادل

مطابق شکل (۴) و بر اساس هندسه مقطع ترک خورده، و با فرض عدم وقوع جداشدگی در ورقه‌های FRP، مرکز سطح مقطع معادل نسبت به تراز فوقانی دال، \bar{y} ، بر اساس پارامترهای شکل (۴) و از رابطه (۱۲) محاسبه می‌شود:

$$\bar{y} = \frac{\alpha_y \bar{y} \left(\frac{\bar{y}}{2} \right) + n A_{sy} (h - d'') + (n - 1) A'_{sy} d' + n_{frp} A_{frp} h}{\alpha_y \bar{y} + n A_{sy} + (n - 1) + n_{frp} A_{frp}} \quad (12)$$

که در آن $A_{frp} = b_y t_{frp}$ مساحت مقطع ورقه‌های FRP و n و n_{frp} به ترتیب ضریب تبدیل فولاد به بتن و ضریب تبدیل ورقه‌های FRP به بتن می‌باشد که از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$n = \frac{E_s}{E_c} ; n_{frp} = \frac{E_{frp}}{E_c} \quad (13)$$

که در آن E_s ، E_c ، E_{frp} به ترتیب ضرایب کشسانی فولاد، بتن و ورقه‌های FRP می‌باشد. با بازنویسی ضرایب تعریف شده رابطه (۱۳) در رابطه (۱۲) می‌توان نوشت:

$$\bar{y}^2 + \left(\frac{2n A_{sy}}{\alpha_y} + \frac{2(n-1) A'_{sy}}{\alpha_y} + \frac{2n_{frp} A_{frp}}{\alpha_y} \right) \bar{y} - \left(\frac{2n A_{sy} (h - d'')}{\alpha_y} + \frac{2(n-1) A'_{sy} d'}{\alpha_y} + \frac{2n_{frp} A_{frp} h}{\alpha_y} \right) = 0 \quad (14)$$

سپس با تعریف پارامترهای بی‌بعد $\rho = \frac{A_{sy}}{\alpha_y (h - d'')}$ ، $\rho' = \frac{A'_{sy}}{\alpha_y (h - d'')}$ ، $\rho_{frp} = \frac{A_{frp}}{\alpha_y (h - d'')}$ می‌توان رابطه (۱۴) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$k'^2 + (2n\rho + 2(n-1)\rho' + 2n_{frp}\rho_{frp})k' - \left(2n\rho + 2(n-1)\rho' \frac{d'}{h-d''} + 2n_{frp}\rho_{frp} \frac{h}{h-d''} \right) = 0 \quad (15)$$

پس از حل معادله (۱۵)، k' محاسبه و سپس ارتفاع مرکز سطح مقطع معادل $\bar{y} = k'(h - d'')$ حاصل می‌شود:

$$k' = - \left(n\rho + (n-1)\rho' + n_{frp}\rho_{frp} \right) + \sqrt{\left(n\rho + (n-1)\rho' + n_{frp}\rho_{frp} \right)^2 + 2n\rho + 2(n-1)\rho' \frac{d'}{h-d''} + 2n_{frp}\rho_{frp} \frac{h}{h-d''}} \quad (16)$$

به‌طور مشابه، روابط (۱۲) تا (۱۶) برای راستای دیگر صفحه دال، راستای x ، نیز قابل بازنویسی است. جهت محاسبه ممان اینرسی آرماتورهای کششی و ورقه‌های FRP در راستای x و y ، به ترتیب پارامترهای I_{sx} و I_{sy} مطابق رابطه (۱۷) تعریف شده است:

$$\begin{aligned} I_{sx} &= nA_{sx}((h - d'') - k'(h - d''))^2 + n_{frp}A_{frp}((h - k'(h - d''))^2 \\ I_{sy} &= nA_{sy}((h - d'') - k'(h - d''))^2 + n_{frp}A_{frp}((h - k'(h - d''))^2 \end{aligned} \quad (17)$$

همچنین، ممان اینرسی بتن و آرماتورهای فشاری در راستای x و y ، به ترتیب با پارامترهای I_{cx} و I_{cy} تعریف و بر اساس روابط معادله (۱۸) محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} I_{cx} &= \frac{\alpha_x(k'(h - d''))^3}{3} + (n - 1)A'_{sx}((h - k'(h - d''))^2 \\ I_{cy} &= \frac{\alpha_y(k'(h - d''))^3}{3} + (n - 1)A'_{sy}((h - k'(h - d''))^2 \end{aligned} \quad (18)$$

حال می‌توان صلبیت‌های خمشی مقطع ترک‌خورده در راستای x و y را بر اساس روابط زیر محاسبه نمود:

$$\begin{aligned} D_x^{cr} &= \frac{E_c}{\alpha_x} \left[I_{sx} + \frac{I_{cx}}{1 - \nu^2} \right] \\ D_y^{cr} &= \frac{E_c}{\alpha_y} \left[I_{sy} + \frac{I_{cy}}{1 - \nu^2} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

همچنین، صلبیت‌های خمشی همبسته مقطع ترک‌خورده در دال مسلح‌شده به آرماتورهای کششی و از روابط معادله (۲۰) تعیین می‌شوند:

$$\begin{aligned} D_{xy}^{cr} &= \nu \left[\frac{E_c}{\alpha_x} \left(I_{sx} + \frac{I_{cx}}{1 - \nu^2} - n_{frp}A_{frp}((h - k'(h - d''))^2) \right) \right] \\ D_{yx}^{cr} &= \nu \left[\frac{E_c}{\alpha_y} \left(I_{sy} + \frac{I_{cy}}{1 - \nu^2} - n_{frp}A_{frp}((h - k'(h - d''))^2) \right) \right] \end{aligned} \quad (20)$$

به‌منظور محاسبه صلبیت پیچشی از پارامتر بی‌بعد α استفاده می‌شود که توسط رو [۲۶] تعریف شده و مقدار آن برای هر دو مقطع ترک‌خورده و ترک‌نخورده یکسان بوده و به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\alpha = \frac{D_{xy}^u + D_{yx}^u + D_{T_1}^u + D_{T_2}^u}{2\sqrt{D_x^u D_y^u}} = \frac{D_{xy}^{cr} + D_{yx}^{cr} + D_{T_1}^{cr} + D_{T_2}^{cr}}{2\sqrt{D_x^{cr} D_y^{cr}}} \quad (21)$$

همچنین، مطالعات آزمایشگاهی بالی [۲۰] نشان داده است که در حالت ترک‌خورده می‌توان نوشت:

$$D_{T_1}^{cr} \cong D_{T_2}^{cr} \quad (22)$$

با جایگذاری رابطه (۲۲) در رابطه (۲۱)، صلبیت‌های پیچشی در حالت ترک‌خورده بر اساس معادله (۲۳) قابل محاسبه هستند:

$$\begin{aligned} D_{T_1}^{cr} + D_{T_2}^{cr} &= \frac{D_{xy}^u + D_{yx}^u + D_{T_1}^u + D_{T_2}^u}{\sqrt{D_x^u D_y^u}} \sqrt{D_x^{cr} D_y^{cr}} - (D_{xy}^{cr} + D_{yx}^{cr}) \rightarrow \\ D_{T_1}^{cr} = D_{T_2}^{cr} &= \frac{1}{2} \left[\frac{D_{xy}^u + D_{yx}^u + D_{T_1}^u + D_{T_2}^u}{\sqrt{D_x^u D_y^u}} \sqrt{D_x^{cr} D_y^{cr}} - (D_{xy}^{cr} + D_{yx}^{cr}) \right] \end{aligned} \quad (23)$$

۲-۳- محاسبه جابه‌جایی در دال‌های ارتوتروپیک تحت بارگذاری ضربه

با توجه به مشخص شدن مقادیر صلبیت‌های خمشی و پیچشی، می‌توان تمامی ضرایب موجود در معادله دیفرانسیل حاکم بر دال‌های ارتوتروپیک را تعیین نمود که با جایگذاری آنها، مقادیر جابه‌جایی در هر نقطه دلخواه از دال قابل محاسبه است. بر اساس شرایط تکیه‌گاهی ساده در هر چهار وجه دال توابع مثلثاتی مناسب (سینوسی) انتخاب شده و سپس ضرایب سری فوریه a_{mn} و p_{mn} به‌منظور تعیین بارگذاری و تغییر مکان حاکم بر دال ارتوتروپیک محاسبه می‌شوند.

$$\begin{cases} w = 0; \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} = 0; (x = 0, x = a) \\ w = 0; \frac{\delta^2 w}{\delta y^2} = 0; (y = 0, y = b) \end{cases} \quad (24)$$

همچنین، روابط کلی نیرو و جابه‌جایی در دال با شرایط تکیه‌گاهی ساده مطابق سری‌های مثلثاتی زیر تعریف می‌شوند:

$$p(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (25)$$

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (26)$$

ضریب فوریه p_{mn} با ضرب نمودن طرفین رابطه (25) در عبارت $\sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy$ و سپس با انتگرال‌گیری دوگانه در بازه‌های ابعادی دال، یعنی $(0, a)$ و $(0, b)$ و با استفاده از ویژگی تعامد محاسبه می‌شود:

$$p_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^b \int_0^a p(x, y) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy \quad (27)$$

به‌منظور تعیین ضرایب سری فوری متناظر با تغییر مکان دال، a_{mn} ، روابط (25) و (26) در معادله اصلی مربوط دال‌های ارتوتروپیک (معادله (3)) جایگذاری می‌شوند:

از آنجایی که تساوی (28) بایستی به ازای تمامی مقادیر از x و y برقرار باشد، لذا عبارت درون آکلاد برابر با صفر خواهد بود. در

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ a_{mn} \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 D_x + \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 (D_{xy} + D_{yx} + D_{T_1} + D_{T_2}) + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^4 D_y \right] - p_{mn} \right\} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} = 0 \quad (28)$$

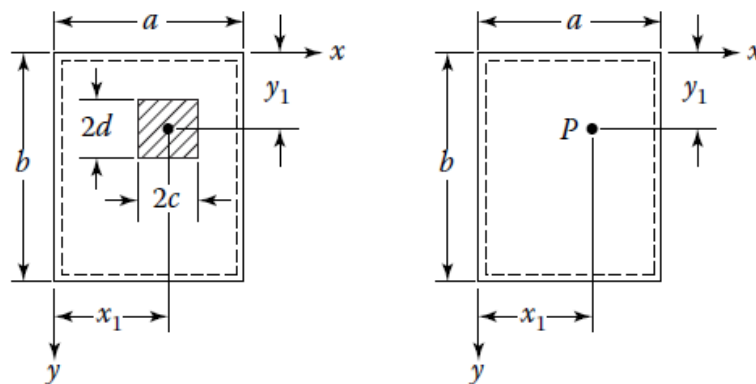
نتیجه، می‌توان نوشت:

$$a_{mn} = \frac{p_{mn}}{\left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 D_x + \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 (D_{xy} + D_{yx} + D_{T_1} + D_{T_2}) + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^4 D_y \right]} \quad (29)$$

بنابراین، با جایگذاری نتایج حاصل از روابط (25) و (28) در رابطه (29)، ضابطه جابه‌جایی دال ارتوتروپیک حاصل می‌شود:

$$a_{mn} = \frac{4}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^b \int_0^a \frac{p_{mn}}{\left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^4 D_x + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 (D_{xy} + D_{yx} + D_{T_1} + D_{T_2}) + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^4 D_y \right]} \times \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy \quad (30)$$

با اعمال هر نوع بارگذاری دلخواه بر روی دال ارتوتروپیک مستطیلی با شرایط تکیه‌گاهی ساده (مفصلی) و در ابعاد دلخواه، می‌توان مقدار تغییرمکان را در هر نقطه (x, y) از آن بدست آورد. حال اگر شرایط بارگذاری ناشی از سقوط وزنه در نظر گرفته شود، عملاً می‌توان آن را با یک بار متمرکز شبیه‌سازی نمود. اگر مطابق شکل ۵، بارگذاری متمرکز P در ناحیه کوچکی به مساحت $4cd$ اعمال شود و مرکز آن در فاصله (x_1, y_1) از مبدأ مختصات قرار داشته باشد، با جایگذاری $p(x, y) = \frac{P}{4cd}$ می‌توان بارگذاری ناشی از ضربه را در محاسبات منظور نمود.



شکل ۵) مدل‌سازی بار متمرکز در یک دال

$$p_{mn} = \frac{P}{abcd} \int_{y_1-d}^{y_1+d} \int_{x_1-c}^{x_1+c} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy \quad (31)$$

با حل انتگرال دوگانه رابطه (۳۱) خواهیم داشت:

$$p_{mn} = \frac{4P}{\pi^2 mn cd} \sin \frac{m\pi x_1}{a} \sin \frac{n\pi y_1}{b} \sin \frac{m\pi c}{a} \sin \frac{n\pi d}{b} \quad (32)$$

حال اگر ابعاد سطح بارگیر به صفر میل کند، معادل این است که بار متمرکز P در نقطه (x_1, y_1) وارد شده است. در این حالت، p_{mn} به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{cases} \sin \frac{m\pi c}{a} \sim \frac{m\pi c}{a} \\ \sin \frac{n\pi d}{b} \sim \frac{n\pi d}{b} \end{cases} \rightarrow p_{mn} = \frac{4P}{ab} \sin \frac{m\pi x_1}{a} \sin \frac{n\pi y_1}{b} \quad (33)$$

با جایگذاری رابطه (۳۳) در رابطه جابه‌جایی دال‌های ارتوتروپیک، می‌توان نوشت:

$$a_{mn} = \frac{4P}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^b \int_0^a \frac{\sin \frac{m\pi x_1}{a} \sin \frac{n\pi y_1}{b} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}}{\left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^4 D_x + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 (D_{xy} + D_{yx} + D_{T_1} + D_{T_2}) + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^4 D_y \right]} dx dy \quad (34)$$

مطابق مطالعات آزمایشگاهی موجود در ادبیات فنی، عموماً محل اعمال ضربه دقیقاً وسط دال می‌باشد [16,25]، بنابراین می‌توان $x_1 = \frac{a}{2}$ و $y_1 = \frac{b}{2}$ را در رابطه (۳۴) جایگذاری نمود. لذا خواهیم داشت:

$$w(x, y) = \frac{4P}{\pi^4 ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{\lfloor \frac{m+n}{2} \rfloor - 1} \frac{\sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}}{\left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^4 D_x + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 (D_{xy} + D_{yx} + D_{T_1} + D_{T_2}) + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^4 D_y \right]} \quad (35)$$

(m = n = 1, 3, ...)

همچنین، در حالت خاص و برای دال‌های مربعی ($a = b$) می‌توان نوشت:

$$w(x, y) = \frac{4Pa^2}{\pi^4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{\lfloor \frac{m+n}{2} \rfloor - 1} \frac{\sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}}{\left[(m^4 D_x + m^2 n^2 (D_{xy} + D_{yx} + D_{T_1} + D_{T_2}) + n^4 D_y) \right]} \quad (36)$$

(m = n = 1, 3, ...)

با انتخاب تعداد مناسب از جملات سری فوق می‌توان جابه‌جایی هر نقطه دلخواه از دال را تحت بارگذاری وارده محاسبه نمود. لازم به ذکر است که نتایج آنالیز حساسیت برای تعیین تعداد مناسب از جملات سری نشان می‌دهد که با منظور نمودن بیشتر از ۲۵۰۰ جمله اول از سری حاصل ($m = n = 1, 3, 5, \dots, 101$)، تا چهار رقم بعد از اعشار تغییری در نتایج عددی جابه‌جایی دال ایجاد نمی‌شود.

۲-۴- محاسبه ضریب ضربه دینامیکی ناشی از سقوط وزنه

توجه شود که مقدار حاصل از رابطه (۳۶)، جابه‌جایی استاتیکی دال تحت بارگذاری وارده ناشی از وزن ضربه‌زننده می‌باشد. لذا باید ضریب ضربه دینامیکی ناشی از سقوط وزنه از ارتفاع h را در محاسبات لحاظ نمود. بر اساس اصل پایستگی انرژی، انرژی پتانسیل وزنه ضربه‌زننده به انرژی کرنش الاستیک تبدیل می‌شود، در نتیجه:

$$Mg(h + \delta_{dyn}) = \frac{1}{2} K \delta_{dyn}^2 \quad (37)$$

که یک معادله درجه دوم بر حسب جابه‌جایی دینامیکی، δ_{dyn} ، بوده و در آن K ، سختی معادل دال بتنی مسلح و تقویت‌شده با ورقه‌های FRP است. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\delta_{dyn} = \frac{Mg}{K} + \sqrt{\left(\frac{Mg}{K}\right)^2 + 2h\left(\frac{Mg}{K}\right)} \quad (38)$$

اگر بارگذاری وارده به تدریج اعمال شود، عبارت $\frac{Mg}{K}$ بیانگر جابه‌جایی استاتیکی سیستم، δ_{st} ، متأثر از وزن ضربه‌زننده است. بر اساس رابطه (۳۸) می‌توان جابه‌جایی استاتیکی سیستم را با جایگذاری $P = Mg$ ، $x = \frac{a}{2}$ و $y = \frac{b}{2}$ تعیین نمود.

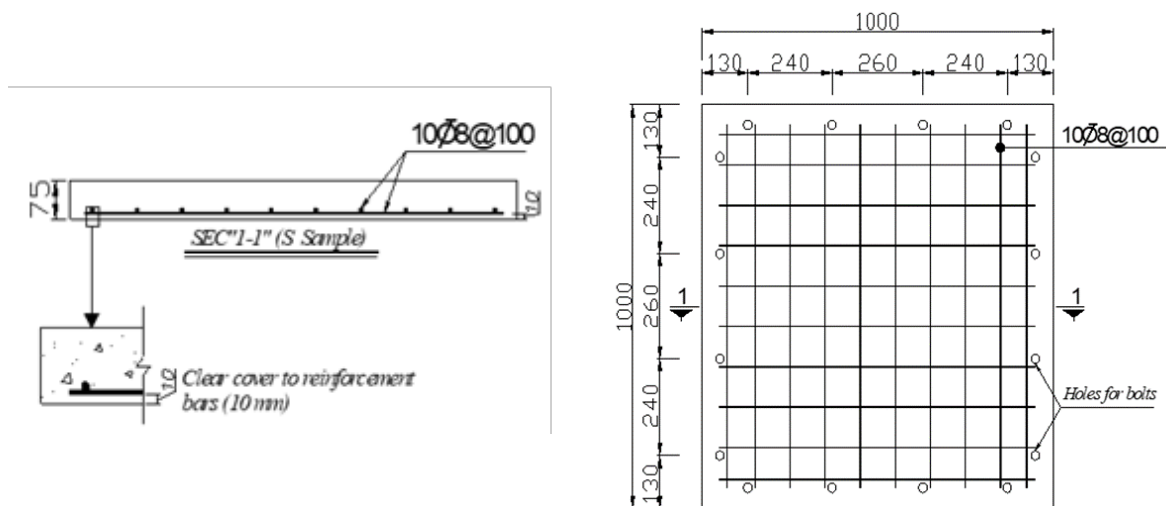
$$\delta_{dyn} = \delta_{st} + \sqrt{\delta_{st}^2 + 2h\delta_{st}} = \delta_{st} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{st}}} \right] \quad (39)$$

حال عبارت درون پرانتز در رابطه (۳۹) را می‌توان به عنوان ضریب ضربه دینامیکی مطرح نمود که نسبت جابه‌جایی دینامیکی به جابه‌جایی استاتیکی بوده و اثر ناشی از ارتفاع سقوط وزنه در آن منظور شده است. بنابراین، جابه‌جایی دینامیکی هر نقطه دلخواه از دال ارتوتروپیک مسلح به آرماتورهای فولادی و تقویت‌شده با ورقه‌های FRP را می‌توان از رابطه (۴۰) محاسبه نمود:

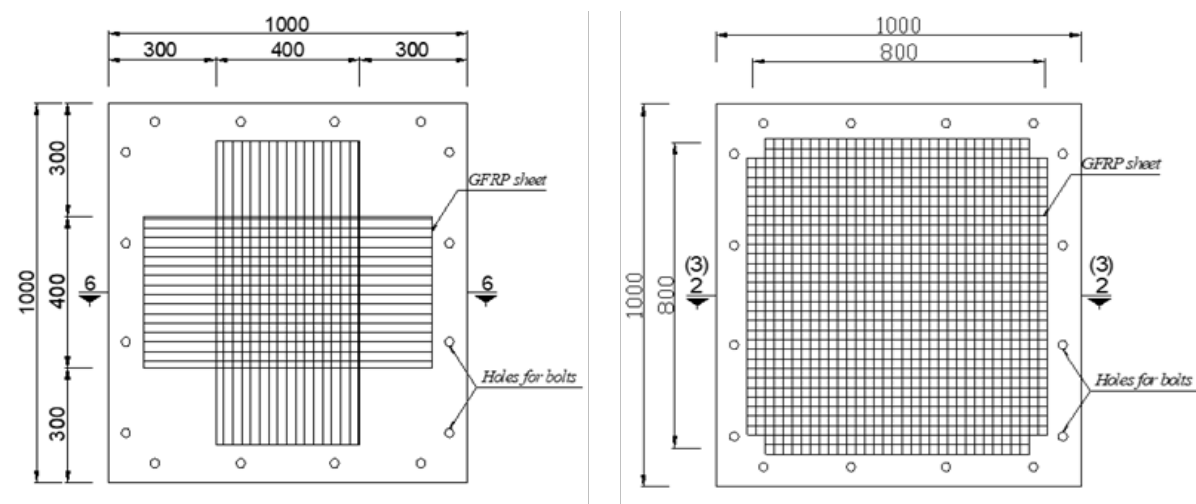
$$w(x, y)_{dyn} = w(x, y) \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{w(x, y)}} \right] \quad (40)$$

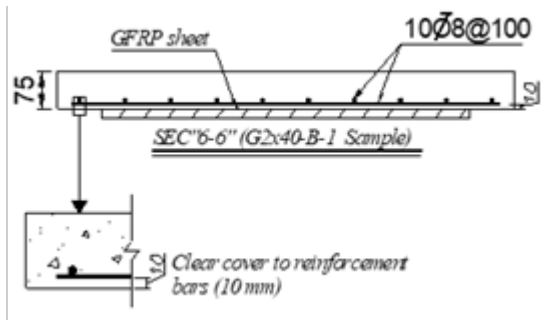
۳- مطالعه موردی

به منظور بررسی دقت روابط تحلیلی پیشنهادی، از نتایج مطالعات آزمایشگاهی سلطانی و همکاران [۲۵] استفاده می‌شود که در آن، طول و عرض دال‌های مربعی ۱۰۰ سانتی‌متر و نیز ضخامت آن ۷/۵ سانتی‌متر است. میلگرد مسلح‌کننده دال از نوع AIII با قطر ۸ میلی‌متر و در فواصل ۱۰ سانتی‌متری در هر دو جهت تعبیه شده است. جزئیات بیشتر مربوط به دال مسلح به آرماتورهای کششی و مقاوم‌سازی نشده و ۲ دال دیگر مسلح به آرماتورهای کششی که با ورقه‌های GFRP مقاوم‌سازی شده‌اند، در شکل‌های (۶) و (۷) نشان داده شده و نیز ضخامت ورقه‌های GFRP در تمامی حالات ۰/۲ میلی‌متر است. همچنین، مقادیر جابه‌جایی بر مبنای سقوط وزنه ۱۰۵ کیلوگرمی و از ارتفاع ۲/۵ متری محاسبه شده است [۲۵].

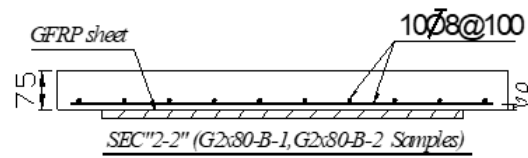


شکل ۶) دال بتنی مسلح به آرماتورهای کششی و تقویت نشده (S)، آزمایش سلطانی و همکاران (ابعاد به میلی‌متر است) [۲۵]





ب) دال بتن آرمه با میلگردهای کششی و تقویت شده، نمونه
G2×40-B-1



الف) دال بتن آرمه با میلگردهای کششی و تقویت شده، نمونه
G2×80-B-2 و G2×80-B-1

شکل ۷) دال بتنی مسلح به آرماتورهای کششی و تقویت شده با ورقه‌های GFRP. آزمایش سلطانی و همکاران (ابعاد به میلی‌متر است) [25]

همچنین، ضرایب کشسانی آرماتورهای فولادی و ورقه‌های GFRP به ترتیب ۱۹۸ و ۱۱۵ گیگاپاسکال می‌باشد [۲۵] و ضرایب کشسانی برای بتن هر نمونه با توجه به مقاومت ۲۸ روزه نمونه استوانه‌ای از دال‌های آزمایش شده و بر اساس رابطه $15100\sqrt{f_c}$ بر حسب کیلوگرم بر سانتی‌متر مربع محاسبه و نیز ضرایب پواسون بتن و فولاد به ترتیب ۰/۱۵ و ۰/۳۰ در نظر گرفته شده است. جدول (۱) مقادیر حاصل از روابط تحلیلی پیشنهادی را با مطالعات آزمایشگاهی سلطانی و همکاران [۲۵] نشان می‌دهد. مقایسه این نتایج نشان می‌دهد که برای پارامتر جابه‌جایی دال که در محل نصب سنسورها اندازه‌گیری شده، روش تحلیلی ارائه شده با دقتی مطلوب قادر به تخمین میزان جابه‌جایی در دال‌های تقویت شده با ورقه‌های GFRP است. به منظور ارزیابی میزان خطا، روابط متعددی وجود دارد [27] که با توجه به تعداد داده‌های آزمایشگاهی موجود جهت مقایسه، رابطه مندرج در ذیل جدول ۱ انتخاب و مقادیر متناظر آن در ستون آخر این جدول آورده شده است. همچنین، میانگین مقادیر درصد خطای برآورد شده در این مطالعه ۵/۴۱ درصد می‌باشد که نشانگر دقت مطلوب روابط تحلیلی پیشنهادی است.

جدول ۱: مقایسه نتایج مطالعات تحلیلی با نتایج مشاهدات آزمایشگاهی سلطانی و همکاران [۲۵]					
مشخصات دال	مقاومت بتن، استوانه ۲۸ روزه (مگاپاسکال)	جابه‌جایی استاتیکی، $W(x, y)$ (میلی‌متر)	تحلیلی، $W(x, y)_{dyn}$ (میلی‌متر)	جابه‌جایی دینامیکی آزمایشگاهی (میلی‌متر)	درصد خطا*
S	۲۹،۷۳	۰،۴۵۸	۲۶،۷۸	۲۸،۱۱	۴،۷۳
G2×80-B-1	۲۸،۸۶	۰،۳۸۰	۲۴،۳۸	۲۶،۰۶	۶،۴۵
G2×80-B-2	۲۹،۳۴	۰،۳۲۲	۲۲،۴۶	۲۳،۳۱	۳،۶۵
G2×40-B-1	۳۰،۲۴	۰،۴۰۶	۲۵،۲۳	۲۳،۶۲	۶،۸۲

| مقدار تحلیلی - مقدار آزمایشگاهی

$$\text{درصد خطا}^* = \frac{\text{مقدار آزمایشگاهی}}{\text{مقدار تحلیلی}} \times 100$$

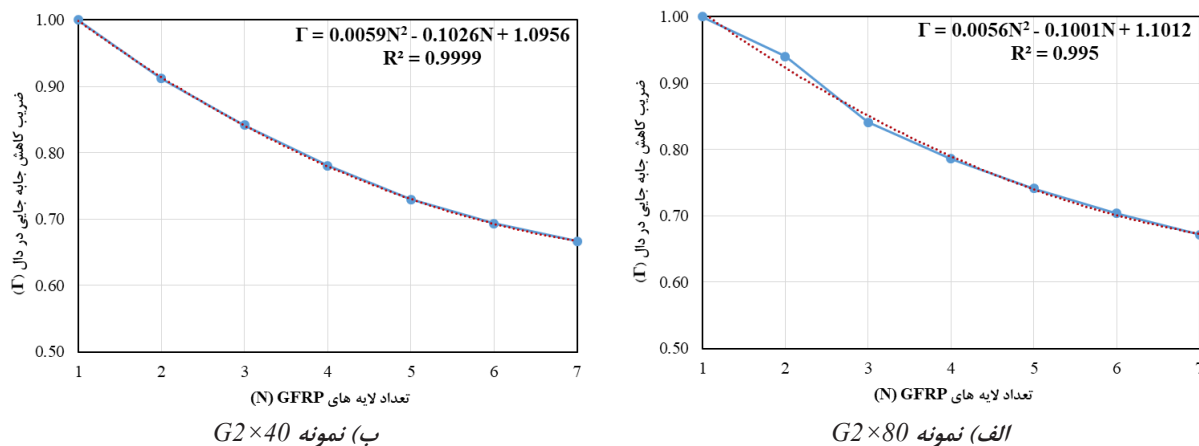
۴- مطالعات پارامتریک

در این بخش، تأثیر افزایش تعداد لایه‌های GFRP و نیز استفاده از آرماتورهای فشاری در بهبود ضربه‌پذیری دال‌های بتن آرمه بررسی می‌گردد.

۴-۱- بررسی تأثیر تعداد لایه‌های GFRP و درصد آرماتورهای فشاری

به‌منظور بررسی تأثیر افزایش تعداد لایه‌های GFRP در ارتقای ضربه‌پذیری دال‌های تقویت شده، برای نمونه‌های G2×40-1 و G2×80-1، تعداد لایه‌ها (N) تا عدد ۷ افزایش یافته و سپس مقادیر حاصل از جابه‌جایی ناشی از سقوط

وزنه در محل نصب سنسورهای نصب شده در آزمایش سلطانی و همکاران [25] محاسبه شده است. در این راستا، پارامتر بی بعد Γ ، ضریب کاهش جابه‌جایی در دال‌های تقویت شده، بر مبنای نسبت جابه‌جایی دینامیکی تحلیلی ناشی از افزایش تعداد لایه‌ها نسبت به جابه‌جایی دینامیکی تحلیلی به ازای یک لایه از GFRP تعریف شده است. چگونگی تغییرات جابه‌جایی دال‌های تقویت شده در شکل ۸ (الف) و (ب) نشان داده شده و نیز با انجام رگرسیون-گیری مشخص شد که چگونگی این تغییرات منطبق بر یک تابع درجه ۲ است. ضابطه مربوط به این روابط برای نمونه‌های بررسی شده در هر شکل نشان داده است.

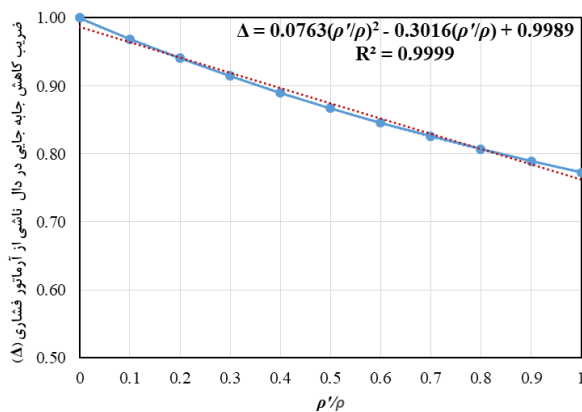


شکل ۸) بررسی تأثیر افزایش تعداد لایه‌های GFRP در کاهش جابه‌جایی دال‌های تقویت شده سلطانی و همکاران [۲۵]

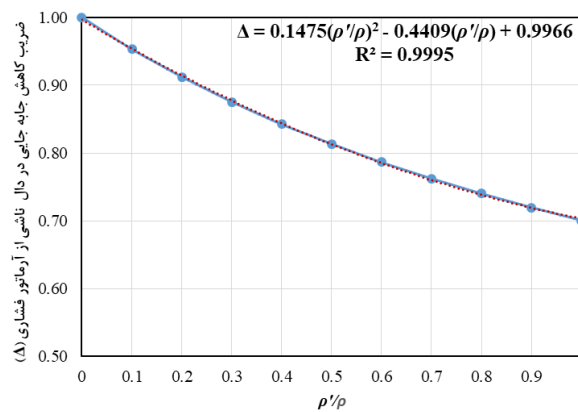
بررسی نمودارهای فوق نشان می‌دهد که در حالت کلی با افزایش تعداد لایه‌های GFRP، جابه‌جایی دال‌های تقویت شده کاهش پیدا یافته است و با تقویت دال‌ها با ۷ لایه از GFRP کاهش ۳۳ درصدی در جابه‌جایی دال $G2 \times 80$ مشاهده می‌شود. به‌طور مشابه، درصد کاهش جابه‌جایی در دال $G2 \times 40$ نیز ۳۳ درصد می‌باشد. بنابراین، در موارد بررسی شده، با استفاده از ۷ لایه GFRP در سطح تحتانی دال، مقادیر جابه‌جایی دال‌ها تقریباً به میزان یک سوم کاهش یافته است.

۲-۴- بررسی تأثیر آرماتورهای فشاری

در ادامه، تأثیر استفاده از آرماتورهای فشاری در کاهش جابه‌جایی دال‌ها بررسی می‌شود. در این راستا، مقدار آرماتورهای فشاری از A_s تا $0.1 A_s$ برای مقطع در نظر گرفته شده و با جابه‌جایی دال با آرماتورگذاری تک لایه مقایسه شده است. به این منظور، پارامتر بی‌بعد Δ به صورت حاصل تقسیم جابه‌جایی مقطع با آرماتورگذاری دو لایه به ازای درصد‌های مختلف آرماتور فشاری نسبت به جابه‌جایی مقطع با آرماتورگذاری تک لایه تعریف شده است. نمودارهای حاصل از بکارگیری آرماتورهای فشاری در مقطع نشان می‌دهد که در نمونه با آرماتورگذاری تک لایه، S ، در حالت کلی، حضور آرماتورهای فشاری منجر به کاهش جابه‌جایی دال‌ها شده و استفاده از آرماتورهای فشاری به اندازه آرماتورهای کششی ($A_s = A'_s$) منجر به کاهش ۳۰ درصدی جابه‌جایی شده است. در نمونه $G2 \times 80$ که با یک لایه سراسری از ورقه GFRP تقویت شده، افزودن آرماتورهای فشاری منجر به کاهش ۲۳ درصدی جابه‌جایی به ازای آرماتورهای فشاری یکسان با آرماتورهای کششی شده است. همچنین، رابطه رگرسیونی ضریب کاهش جابه‌جایی با تغییرات درصد آرماتورهای فشاری در شکل ۹ (الف) و (ب) آورده شده است.



ب) نمونه $G2 \times 80$



الف) نمونه S

شکل ۹) بررسی تأثیر آرماتورهای فشاری در کاهش جابه‌جایی دال‌های آزمایش شده سلطانی و همکاران [۲۵]

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

هدف این پژوهش انجام مطالعه تحلیلی جهت تعیین مقادیر جابه‌جایی در دال‌های بتن آرمه تقویت شده با ورقه‌های FRP تحت بارگذاری ضربه ناشی از سقوط وزنه می‌باشد. بر اساس روابط حاکم بر صفحات ارتوتروپیک و برای دال‌های با شرایط تکیه‌گاهی ساده، ضابطه مربوط به جابه‌جایی برای هر نقطه دلخواه از دال تعیین و سپس با مقادیر حاصل از مطالعات آزمایشگاهی موجود در ادبیات فنی مقایسه شد که حاکی از دقت مطلوب روش تحلیلی ارائه شده است. نتایج مطالعات پارامتریک نشان داد که تقویت دال‌های بررسی شده با استفاده از چسباندن ورقه‌های GFRP در سطح تحتانی دال و نیز افزودن آرماتورهای فشاری در مقطع هر دو منجر به بهبود ضربه‌پذیری دال‌ها می‌شوند. استفاده از ۷ لایه GFRP جابه‌جایی دال را به میزان یک سوم کاهش داده است. همچنین، استفاده از آرماتورهای فشاری در نمونه‌های بررسی شده، منجر به بهبود خاصیت ضربه‌پذیری و کاهش حداکثر ۳۰ درصدی در مقادیر جابه‌جایی دال‌ها شده است.

مراجع

- [1] G.G. Corbett, S.R. Reid, W. Johnson, *Impact loading of plates and shells by free-flying projectiles: a review*, *Int. J. Impact Eng.* 18 (1996) 141–230.
- [2] R.P. Kennedy, *A review of procedures for the analysis and design of concrete structures to resist missile impact effects*, *Nucl. Eng. Des.* 37 (1976) 183–203.
- [3] Q.M. Li, S.R. Reid, H.M. Wen, A.R. Telford, *Local impact effects of hard missiles on concrete targets*, *Int. J. Impact Eng.* 32 (2005) 224–284.
- [4] D.Z. Yankelevsky, *Local response of concrete slabs to low velocity missile impact*, *Int. J. Impact Eng.* 19 (1997) 331–343.
- [5] Q.M. Li, D.J. Tong, *Perforation thickness and ballistic limit of concrete target subjected to rigid projectile impact*, *J. Eng. Mech.* 129 (2003) 1083–1091.
- [6] J. Sawan, M. Abdel-Rohman, *Impact effect on RC slabs: experimental approach*, *J. Struct. Eng.* 112 (1986) 2057–2065.
- [7] N. Kishi, K.G. Matsuoka, H. Mikami, Y. Goto, *Impact resistance of large scale RC slabs*, in: *Proc. Second Asia-Pacific Conf. Shock Impact Loads Struct.* Melbourne, Aust., 1997: pp. 213–220.

- [8] M. Zineddin, T. Krauthammer, *Dynamic response and behavior of reinforced concrete slabs under impact loading*, *Int. J. Impact Eng.* 34 (2007) 1517–1534.
- [9] Y. Chen, I.M. May, *Reinforced concrete members under drop-weight impacts*, *Proc. Inst. Civ. Eng. Build.* 162 (2009) 45–56.
- [10] A.Q. Bhatti, N. Kishi, K.H. Tan, *Impact resistant behaviour of RC slab strengthened with FRP sheet*, *Mater. Struct.* 44 (2011) 1855–1864.
- [11] N. Kishi, Y. Kurihashi, S. Ghadimi Khasraghy, H. Mikami, *Numerical simulation of impact response behavior of rectangular reinforced concrete slabs under falling-weight impact loading*, in: *Appl. Mech. Mater.*, Trans Tech Publ, 2011: pp. 266–271.
- [12] A. Hummeltenberg, B. Beckmann, T. Weber, M. Curbach, *Investigation of concrete slabs under impact load*, in: *Appl. Mech. Mater.*, Trans Tech Publ, 2011: pp. 398–403.
- [13] A.A. Mutalib, *Damage assessment and prediction of FRP strengthened RC structures subjected to blast and impact loads*, University of Western Australia, 2011.
- [14] J. Radnić, D. Matešan, N. Grgić, G. Baloević, *Impact testing of RC slabs strengthened with CFRP strips*, *Compos. Struct.* 121 (2015) 90–103.
- [15] W. Wang, N. Chow, *Experimental and theoretical studies of flax FRP strengthened coconut fibre reinforced concrete slabs under impact loadings*, *Constr. Build. Mater.* 171 (2018) 546–557.
- [16] H. Sadraie, A. Khaloo, H. Soltani, *Dynamic performance of concrete slabs reinforced with steel and GFRP bars under impact loading*, *Eng. Struct.* 191 (2019) 62–81.
- [17] K. Daneshvar, M.J. Moradi, K. Ahmadi, H. Hajiloo, *Strengthening of corroded reinforced concrete slabs under multi-impact loading: Experimental results and numerical analysis*, *Constr. Build. Mater.* 284 (2021) 122650.
- [18] T. Yilmaz, Ö. Anil, R.T. Erdem, *Experimental and numerical investigation of impact behavior of RC slab with different opening size and layout*, in: *Structures*, Elsevier, 2022: pp. 818–832.
- [19] J.B. Kennedy, S.K. Bali, *Rigidities of concrete waffle-type slab structures*, *Can. J. Civ. Eng.* 6 (1979) 65–74.
- [20] S.K. Bali, *Analytical and experimental studies on the rigidities of orthogonally and non-orthogonally rib-stiffened concrete slabs.*, (1980).
- [21] A. Deb, M. Deb, M. Booton, *Analysis of orthotropically modeled stiffened plates*, *Int. J. Solids Struct.* 27 (1991) 647–664.
- [22] E. Ventsel, T. Krauthammer, E. Carrera, *Thin plates and shells: theory, analysis, and applications*, *Appl. Mech. Rev.* 55 (2002) B72–B73.
- [23] A.C. Ugural, *Stresses in beams, plates, and shells*, CRC press, 2009.
- [24] S. Timoshenko, P. and goodier, *in theory of elasticity*, (1970).
- [25] H. Soltani, A. Khaloo, H. Sadraie, *Dynamic performance enhancement of RC slabs by steel fibers vs. externally bonded GFRP sheets under impact loading*, *Eng. Struct.* 213 (2020) 110539.
- [26] R.E. Rowe, *Concrete bridge design*, Elsevier Science & Technology, 1962.
- [27] H. Jahangir, D.R. Eidgahee, *A new and robust hybrid artificial bee colony algorithm–ANN model for FRP-concrete bond strength evaluation*, *Compos. Struct.* 257 (2021) 113160.